УДК 517.946.4

КАЛИБРОВОЧНО–ИНВАРИАНТНАЯ ФОРМУЛИРОВКА СТОХАСТИЧЕСКИ КВАНТОВАННОЙ НЕАБЕЛЕВОЙ ТЕОРИИ

С.А.Гаджиев, А.В.Субботин, В.Я.Файнберг

Предложена калибровочно-инвариантная формулировка стохастически квантованной неабелевой теории (в неравновесной фазе), которая в определенной калибровке эквивалентна уравнению Ланжевена с членом Цванцигера. Вытекающие из этой симметрии тождества Уорда позволяют доказать калибровочно-инвариантную перенормируемость неабелевой стохастики.

Метод стохастического квантования (МСК) Паризи – Ву /1/ применим к различным квантовым моделям /2/. Особые надежды возлагались на МСК в неабелевых калибровочных теориях, поскольку первоначально складывалось впечатление, что этот метод позволяет избежать введения в уравнение Ланжевена фиксирующих калибровку членов и тем самым избавиться от т.н. грибовских неоднозначностей /3/. Однако для пертурбативных расчетов оказалось необходимым вводить тем или иным способом такие члены. В работах /4,5/ показано, что добавление в уравнение Ланжевена непотенциального члена $D_\mu^{ab} v^b$ формально не влияет на вакуумные средние от калибровочно-инвариантных функционалов в равновесном пределе, т.е. в D-фазе, где D-число измерений в исходном евклидовом пространстве. Более того, для определенного нелокального выбора функционала v^a на формальном уровне (без учета петлевых поправок) удалось показать, что МСК для калибровочно-инвариантных величин дает результаты, эквивалентные обычному методу квантования Фадеева – Попова /4/. Вместе с тем, неголономные члены $D_\mu^{ab} v^b$ при учете радиационных поправок нарушают /6/ возникающую в МСК своеобразную суперсимметрию /7/, которая, в частности, могла бы быть использована при доказательстве предельной теоремы /8/ и калибровочно-инвариантной перенормируемости в неабелевой теории.

В этой связи возникает вопрос: какая "скрытая" симметрия и следующие из нее тождества Уорда – Фрадкина – Такахаши – Славнова – Тейлора /9/ (ТУ) в (D + 1)-мерном пространстве ответственны за сохранение калибровочно-инвариантной перенормируемости наблюдаемых величин? Цель статьи – показать, что существует калибровочно-инвариантная формулировка стохастически квантованной неабелевой теории, которая в определенной калибровке эквивалентна уравнению Ланжевена с членом Цванцигера и обладает калибровочно-инвариантной перенормируемостью. Уравнение Ланжевена имеет вид:

$$\dot{A}_\mu^a = -\delta S_{YM}/\delta A_\mu^a + D_\mu^{ab} v^b + \eta_\mu^a, \tag{1}$$

где $A_\mu^a = A_\mu^a(x,t)$; $\eta_\mu^a = \eta_\mu^a(x,t)$ – белый шум; S_{YM} – неабелево действие в D-мерном пространстве; t – вспомогательная координата.

Уравнению (1) в трансляционно-инвариантной формулировке /10/ отвечает следующий производящий вакуумный функционал в (D + 1)-фазе:

$$Z = N \int DA_\mu \det M \exp[-\frac{1}{4}\int(\dot{A}_\mu^a + \frac{\delta S_{YM}}{\delta A_\mu^a} - D_\mu^{ab} v^b)^2 d^D x dt], \tag{2}$$

где

$$\det M = \int D\bar{\Lambda}\, D\Lambda \exp[\int \bar{\Lambda}_\mu^a(\delta^{ab}\delta_{\mu\nu}\partial_t - \frac{\delta(D_\mu^{ac} v^c)}{\delta A_\nu^b} + \frac{\delta^2 S_{YM}}{\delta A_\mu^a \delta A_\nu^b})\Lambda_\nu^b d^D x dt] \tag{3}$$

и $\bar{\Lambda}_\mu$, Λ_ν — грассмановы переменные. Подынтегральное выражение в (2) с учетом (3) обладает (при $v(A) = 0$) своеобразной супергруппой /7/, т.е. БРСТ и анти-БРСТ-симметрией*. Можно показать, что введение непотенциального члена $D^{ab}_\mu v^b$ в (1), (2) нарушает анти-БРСТ-симметрию /6/. Поэтому без привлечения дополнительных аргументов не удается доказать предельную теорему и калибровочно-инвариантную перенормируемость в равновесном пределе. Если разложение $v^a(A)$ начинается с линейного и локального члена $a\partial_\mu A^a_\mu$, то свободные функции Грина Λ-полей в импульсном пространстве при $a > 0$ имеют полюса в одной полуплоскости и вклад замкнутых петель от Λ-полей в размерной регуляризации обращается в нуль.

Рассмотрим другой, явно калибровочно-инвариантный функционал в 5-мерном пространстве (D = 4)

$$\tilde{Z} = \tilde{N} \int DA_\mu DA_5 \exp[-\frac{1}{4}\int(\dot{A}^a_\mu - D^{ab}_\mu A^b_5 + \delta S_{YM}/\delta A^a_\mu)^2 d^4x dt]. \tag{5}$$

Лагранжиан в (5) инвариантен относительно 5-мерных калибровочных преобразований. Введем в (5) калибровочную поверхность $A^a_5 = v^a(A)$. Имеем

$$\tilde{Z} = \tilde{N} \int DA_m \delta(A^a_5 - v^a) \det(D^{ab}_5 - \frac{\delta v^a}{\delta A^c_\mu} D^{cb}_\mu) \exp[-\frac{1}{4}\int(\dot{A}^a_\mu - D^{ab}_\mu A^b_5 +$$

$$+ \frac{\delta S_{YM}}{\delta A^a_\mu})^2 d^D x dt] = \tilde{N}' \int D(A_m, \bar{c}, c)\delta(A^a_5 - v^a)\exp[-\frac{1}{4}\int(\dot{A}^a_\mu - D^{ab}_\mu A^b_5 + \frac{\delta S_{YM}}{\delta A^a_\mu})^2 d^4x dt + \tag{6}$$

$$+ \int(\bar{c}^a(D^{ab}_5 - \frac{\delta v^c}{\delta A^b_\mu} D^{ac}_\mu)c^b) d^4x dt],$$

где $m = \mu;\ 5$, $\bar{c}$, c — антикоммутирующие поля. Запишем δ-функцию в (6) в виде $\int Da \exp[i\int a^a(A^a_5 - v^a(A))d^4x dt]$. Тогда для широкого класса функционалов $v^a(A)$, в частности, локальных, полное действие, возникающее в показателе экспоненты, будет обладать БРСТ-симметрией:

$$\delta B^a_\mu = \epsilon f^{abc} B^b_\mu c^c,\ \delta A^a_m = \epsilon D^{ab}_m c^b,\ \delta \bar{c}^a = -i\epsilon a^a,\ \delta c^a = -(\epsilon/2) f^{abc} c^b c^c,\ \delta a^a = 0. \tag{7}$$

Если выполняется (4), то функция распространения свободных c-полей равна $\delta^{ab}(i\omega + ak^2)^{-1}$. Следовательно, вклад замкнутых петель от c-полей в рамках теории возмущений в размерной регуляризации обращается в нуль в полной аналогии с Λ-полями. Полагая детерминант в (6) равным константе и интегрируя по A_5, получим выражение, совпадающее с аналогичным выражением, следующим из (2) при det M = = const. Можно показать, что из ТУ (вытекающих из (7)), следует калибровочно-инвариантная перенормируемость в 5-и и 4-х измерениях, неравенство β-функций в этих измерениях и совпадение β-функции в 4-х измерениях с обычной. Наличие нулей в детерминанте полей духов в (6) вне теории возмущений приводит к грибовским неоднозначностям в функциональной формулировке.

---

* Роль БРСТ и анти-БРСТ-симметрий для мультипликативной перенормируемости стохастически квантованной теории $\lambda\phi^4$ исследована в /11/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Parisi G., Wu Y.–S. Sci. Sin., 24, 483 (1981).
2. Мигдал А. А. УФН, 149, 3, (1986); Zinn – Justin J. Preprint Saclay Ph.T.–86–009, 1986.
3. Gribov V. N. Nucl. Phys., B139, 1 (1978); Singer I. M. Comm. Math. Phys., 60, 7 (1978); Соловьев М. А. Письма в ЖЭТФ, 38, 415 (1983).
4. Zwanziger D. Nucl. Phys., B192, 259 (1981); Zwanziger D., Baulieu L. Nucl. Phys., B193, 163 (1981).
5. Семихатов А. М. Письма в ЖЭТФ, 38, 1 (1983).
6. Малиев И. Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 11, 54 (1986).
7. Parisi G., Sourlas N. Nucl. Phys., B206, 321 (1982); Feigel'man M., Tsvelik A. Phys. Lett., 95A, 469 (1983).
8. Егорян Э. М. Препринт ЕФИ-751 (66) -84, Ереван, 1984.
9. Ward J. C. Phys. Rev., 77, 2931 (1950); Фрадкин Е. С. ЖЭТФ, 29, 288 (1955); Takahashi Y. Nuovo Cim., 6, 370 (1957); Славнов А. А. ТМФ, 10, 99 (1972); Taylor J. C. Nucl. Phys., B33, 436 (1971).
10. Гаджиев С. А., Файнберг В. Я. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 6, 36 (1984).
11. Малиев И. Н., Спиридонов В. П., Файнберг В. Я. Сб. Теоретико-групповые методы в физике. М., Наука, 1986, т. 2, с. 276; Препринт ФИАН № 13, М., 1986.

Поступила в редакцию 11 марта 1988 г.