УДК 539.1

# ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА МАГНИТОТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В СРЕДЕ

А. В. Багуля, В. М. Гришин

*Обсуждаются средние потери энергии на магнитотормозное излучение в рентгеновском и гамма диапазонах, испущенное при движении ультрарелятивистского электрона в магнитном поле в среде.*

В экспериментальной физике высоких энергий магнитотормозное (синхротронное) излучение, образованное при прохождении ультрарелятивистских электронов в магнитном поле с индукцией 1 – 5 $T$ в среде, привлекает внимание в связи с возможностью идентификации электронов в условиях сильного адронного фона. В свою очередь, идентификация электронов в диапазоне энергий 5 – 500 $ГэВ$ увеличивает качество распознавания событий, связанных с распадом тяжелых короткоживущих частиц, в частности, хиггсовских бозонов [1, 2]. С экспериментальной точки зрения удобно измерять полные потери энергии на магнитотормозное излучение, образованное при движении электрона (позитрона) в магнитном поле вдоль траектории фиксированной длины в пределах трековой системы до калориметра. Для идентификации важна зависимость средних потерь на магнитотормозное излучение $\bar{\Delta}$ от энергии электрона или его лоренц-фактора $\gamma$. Для вакуума она, как известно, квадратична: $\bar{\Delta} \sim \gamma^2$. Однако трековые системы современных коллайдерных экспериментов содержат вещество, например, газы или твердые материалы с небольшим атомным номером. В настоящей работе рассмотрена поправка на влияние среды для релятивистской зависимости средних потерь на магнитотормозное излучение.

Прежде всего получим формулу спектральной плотности мгновенной мощности магнитотормозного излучения в среде, $P(\omega, t) = d^2\bar{\Delta}/d\omega dt$, где $\omega$ – энергия магнитотормозного кванта, $t$ – время, отвечающее моменту излучения. Для произвольного закона движения электрона в среде $\mathbf{r}_0(t)$ она дается известной формулой [3]:

$$P(\omega,t) = -\frac{e^2\omega}{\pi\hbar^2\epsilon}\int\limits_{-\infty}^{\infty} d\tau[1-\epsilon\vec{\beta}(t)\vec{\beta}(t+\tau)]\frac{\cos\left(\frac{\omega\tau}{\hbar}\right)\sin\left\{\frac{\omega\sqrt{\epsilon}}{\hbar c}|\mathbf{r}_0(t+\tau)-\mathbf{r}_0(t)|\right\}}{|\mathbf{r}_0(t+\tau)-\mathbf{r}_0(t)|}, \qquad (1)$$

где $e$ – заряд электрона, $\hbar$ – постоянная Планка, $\epsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды, $\beta = V/c$ – отношение скорости электрона $V$ к скорости света $c$. В рассматриваемом ультрарелятивистском случае, $\gamma >> 1$, излучение сосредоточено в пределе малых углов ($\sim \gamma^{-1}$) вокруг мгновенного направления скорости электрона. Тогда излучение в данном направлении определяется малым участком траектории и можно воспользоваться методом разложения, предложенным Ю. Швингером в [4]:

$$|\mathbf{r}_0(t+\tau)-\mathbf{r}_0(t)| \cong V|\tau| - \frac{|\tau|^3}{24}\frac{c^3}{R^2}, \quad \mathbf{V}(t)\mathbf{V}(t+\tau) \cong V^2 - \frac{\tau^2}{2}\frac{c^4}{R^2},$$

где $R$ – мгновенный радиус кривизны траектории. Тогда мощность излучения запишется в виде:

$$P(\omega,t) = -\frac{2e^2}{\pi\hbar^2}\frac{\omega}{V\epsilon}\int\limits_0^{\infty}\frac{d\tau}{\tau}\left[1-\beta^2\epsilon+\frac{\epsilon}{2}\frac{c^2\tau^2}{R^2}\right]\cos\left(\frac{\omega\tau}{\hbar}\right)\sin\left\{\frac{\omega\sqrt{\epsilon}}{\hbar}\left[\beta\tau - \frac{c^2\tau^3}{24R^2}\right]\right\}.$$

Раскладывая произведение тригонометрических функций, имеем:

$$P(\omega,t) = \frac{e^2}{\pi\hbar^2}\frac{\omega}{V\epsilon}\int\limits_0^{\infty}\frac{d\tau}{\tau}\left[1-\beta^2\epsilon+\frac{\epsilon}{2}\frac{c^2\tau^2}{R^2}\right]\left\{\sin\left[\frac{\omega}{\hbar}(1-\beta\sqrt{\epsilon})\tau + \frac{\omega}{\hbar}\frac{\sqrt{\epsilon}c^2\tau^3}{24R^2}\right] - \right.$$
$$\left. - \sin\left[\frac{\omega}{\hbar}(1+\beta\sqrt{\epsilon})\tau\right]\right\}. \qquad (2)$$

Интегрирование второго члена в фигурных скобках, в котором мы пренебрегли величинами порядка $\omega\tau^3c^2/\hbar R^2 << 1$, дает

$$\int\limits_0^{\infty}\frac{d\tau}{\tau}\left[1-\beta^2\epsilon+\frac{\epsilon}{2}\frac{c^2\tau^2}{R^2}\right]\sin\left[\frac{\omega}{\hbar}(1+\beta\sqrt{\epsilon})\tau\right] \cong (1-\beta^2\epsilon)\frac{\pi}{2}.$$

Для преобразования интеграла от первого члена в фигурных скобках (2) сделаем подстановку

$$\tau = 2\frac{R}{c}y\sqrt{\frac{1-\beta^2\epsilon}{\epsilon}}, \qquad (3)$$

и в предположении, что основная часть излучения лежит в рентгеновской области, где $\epsilon \leq 1$, выражение для мощности излучения примет вид:

$$P(\omega,t) = \frac{e^2}{\pi\hbar^2}\frac{\omega}{V\epsilon}(1-\beta^2\epsilon)\left\{\int\limits_0^{\infty}\frac{dy}{y}[1+2y^2]\sin\left[\frac{3}{2}\tilde{\xi}\left(y+\frac{y^3}{3}\right)\right] - \frac{\pi}{2}\right\}, \qquad (4)$$

$$\tilde{\xi} = \omega/\tilde{\omega}_c, \ \tilde{\omega}_c = \frac{3}{2}\frac{\hbar c}{R}(1-\beta^2\epsilon)^{-3/2} = \omega_c[(1-\epsilon)\gamma^2+1]^{-3/2}, \tag{5}$$

где $\omega_c = 1.5\beta\hbar c\gamma^3/R$ – характеристическая энергия излучения в вакууме. Выражение в фигурных скобках в (4) можно преобразовать к интегралу от функции Макдональда с индексом $\nu = 5/3$ [4],

$$\int_0^\infty \frac{dy}{y}[1+2y^2]\sin\left[\frac{3}{2}\tilde{\xi}\left(y+\frac{y^3}{3}\right)\right] - \frac{\pi}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\int_{\tilde{\xi}}^\infty K_{5/3}(\eta)d\eta. \tag{6}$$

Рассмотрим движение ультрарелятивистского ($V \approx c$) электрона в постоянном однородном магнитном поле вдоль траектории фиксированной длины $L$. Тогда можно перейти от мощности к спектральной плотности средних потерь энергии вдоль траектории $d\bar{\Delta}/d\omega$:

$$\frac{d\bar{\Delta}}{d\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\alpha\left(\frac{L\gamma}{R}\right)[(1-\epsilon)\gamma^2+1]^{-1/2}\frac{\omega}{\tilde{\omega}_c}\int_{\omega/\tilde{\omega}_c}^\infty K_{5/3}(\eta)d\eta, \tag{7}$$

где $\alpha = e^2/\hbar c$ – постоянная тонкой структуры. В несколько иной форме выражение (7) впервые обсуждалось В. Л. Гинзбургом и С. И. Сыроватским при рассмотрении астрофизических приложений теории магнитотормозного излучения [5].

Рассмотрим релятивистскую зависимость (от $\gamma$) средних потерь энергии на магнитотормозное излучение в рентгеновском и гамма диапазонах при движении ультрарелятивистского электрона (позитрона) в постоянном и однородном поле вдоль траектории фиксированной длины. Необходимое для этого интегрирование по энергии фотонов в (7) удобно провести с помощью интегрального представления функции Макдональда:

$$K_\nu(\eta) = \int_0^\infty ch(\nu t)\exp[-\eta ch(t)]dt, \ (\nu = 5/3). \tag{8}$$

Тогда средние потери $\bar{\Delta} = \int_0^\infty \frac{d\bar{\Delta}}{d\omega}d\omega$ выражаются формулой

$$\bar{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\alpha\left(\frac{L\gamma}{R}\right)\int_0^\infty \frac{ch(\nu t)}{ch(t)}dt\int_0^\infty [(1-\epsilon)\gamma^2+1]^{-1/2}\frac{\omega}{\tilde{\omega}_c}\exp\left[-\frac{\omega}{\tilde{\omega}_c}ch(t)\right]d\omega.$$

Учитывая, что в рентгеновском диапазоне мнимая часть диэлектрической проницаемости много меньше действительной части, которая дается известным выражением $\epsilon(\omega) = 1 - (\omega_p/\omega)^2$, где $\omega_p$ – плазменная энергия, получим:

$$\bar{\Delta} = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi}\bar{\Delta}_0\int_0^\infty \frac{ch(\nu t)}{ch^3(t)}dt\int_0^\infty x\left[1+\frac{a^2}{x^2}\right]\exp\left\{-x\left[1+\frac{a^2}{x^2}\right]^{3/2}\right\}dx, \tag{9}$$

где $\bar{\Delta}_0$ – средние потери на магнитотормозное излучение при тех же условиях в вакууме. Коэффициент $a$ содержит информацию о среде и энергии электрона:

$$a = a(t) = \frac{\omega_p \gamma}{\omega_c} ch(t) = \frac{\gamma_c}{\gamma} ch(t), \tag{10}$$

где безразмерный параметр

$$\gamma_c = \frac{2}{3} \frac{m}{e\hbar} \frac{\omega_p}{B_\perp} \approx 5.8 \cdot 10^3 \frac{\omega_p(eV)}{B_\perp(T)}, \tag{11}$$

($m$ – масса электрона) по порядку величины отвечает лоренц-фактору электрона, ниже которого среда начинает оказывать заметное влияние на спектр магнитотормозного излучения. В таблице 1 приведены значения $\gamma_c$ в магнитном поле с индукцией 1 $T$ для ряда материалов и газов, типичных для трековых систем экспериментов на современных коллайдерах.

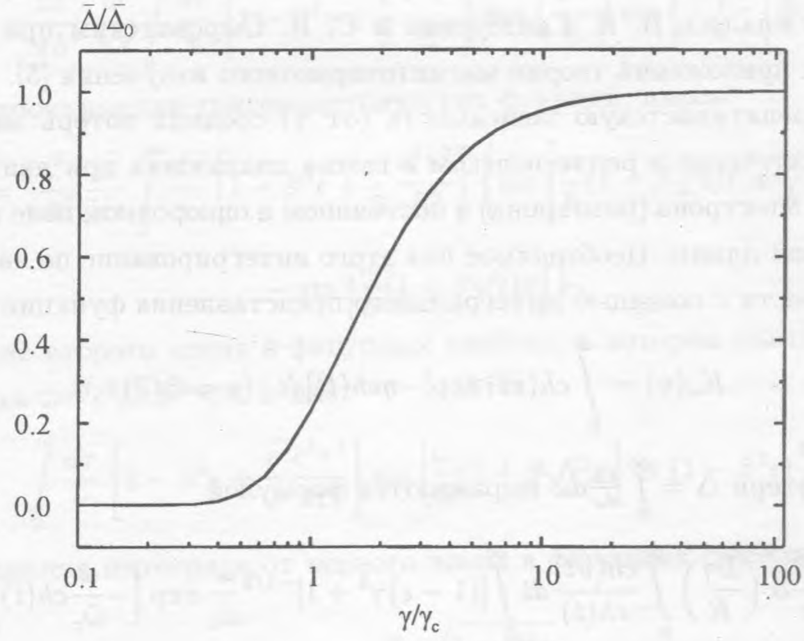


Рис. 1. *Зависимость приведенных средних потерь энергии на магнитотормозное излучение в среде $\Delta/\Delta_0$ от приведенного лоренц-фактора $\gamma/\gamma_c$.*

На рисунке 1 приведена зависимость $\bar{\Delta}/\bar{\Delta}_0$ от $\gamma/\gamma_c$. Видно, что в области $\gamma/\gamma_c \leq 1$ среда сильно подавляет рентгеновское магнитотормозное излучение. В диапазоне $1 \leq$

$\gamma/\gamma_c \leq 10$ наблюдается ярко выраженный релятивистский рост $\bar{\Delta}/\bar{\Delta}_0$. Наконец, в области $\gamma/\gamma_c \geq 10$ величина $\bar{\Delta}/\bar{\Delta}_0$ асимптотически стремится к единице. Это означает, что в области $\gamma \geq 10\gamma_c$ потери энергии на рентгеновское магнитотормозное излучение в среде практически не отличаются от случая вакуума.

Таблица 1

*Значения $\gamma_c$ для различных материалов и газов (1 атм, 20°C) в поле $B_\perp = 1\,T$*

| Среда | $Li$ | $Be$ | $Al$ | $Si$ | $N_2$ | $Xe$ | $He$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\gamma_c$ | $8 \cdot 10^4$ | $1.5 \cdot 10^5$ | $1.9 \cdot 10^5$ | $1.8 \cdot 10^5$ | $4 \cdot 10^3$ | $7.9 \cdot 10^3$ | $1.5 \cdot 10^3$ |
| Среда | Полиэтилен, $(CH_2)_n$ | | Майлар, $C_5H_4O_2$ | | | | Воздух |
| $\gamma_c$ | $1.2 \cdot 10^5$ | | $1.4 \cdot 10^5$ | | | | $4.1 \cdot 10^3$ |

Такой характер релятивистской зависимости средних потерь энергии на рентгеновское магнитотормозное излучение в среде можно понять уже на основе качественных соображений. Действительно, основной вклад в интеграл (4) дает область $y \sim 1$. Она соответствует участку траектории электрона, по порядку величины отвечающему пути формирования магнитотормозного излучения в среде $z$:

$$z \sim R\sqrt{1-\beta^2\epsilon} = \frac{R}{\gamma}\sqrt{1+\left(\frac{\gamma_c/\gamma}{\zeta}\right)^2} \sim z_0\sqrt{1+(\gamma_c/\gamma)^2}, \tag{12}$$

где $\zeta = \omega/\omega_c \sim 1$, а $z_0 \sim R/\gamma$ – путь формирования магнитотормозного излучения в вакууме. В области $\gamma >> \gamma_c >> 1$, $z \sim z_0 \simeq \text{const}$ и магнитотормозное излучение в среде практически не отличается от вакуумного. В области $\gamma << \gamma_c$, $z \sim z_0(\gamma_c/\gamma)$ и с уменьшением лоренц-фактора путь формирования в среде растет. Это означает, что при той же длине траектории электрона в магнитном поле уменьшается число испущенных квантов, а следовательно и потери энергии на магнитотормозное излучение.

В заключение отметим еще раз, что все приведенные выше формулы отвечают ультрарелятивистскому случаю $\gamma >> 1$, когда магнитотормозные кванты излучаются в основном в рентгеновском и гамма диапазонах, или во всяком случае максимум спектра магнитотормозного излучения приходится на энергии, значительно превышающие плазменную энергию среды.

Л И Т Е Р А Т У Р А

[1] ATLAS Technical Design Report, v. 1-2, CERN, April 30, 1997.

[2] The Compact Muon Solenoid (CMS), Technical Proposal, CERN, December 15, 1994.

[3] Р я з а н о в  М. И. Электродинамика конденсированного вещества. М., Наука, 1984, с. 230.

[4] S c h w i n g e r  J. Phys. Rev., **75**, no. 12, 1912 (1949).

[5] Г и н з б у р г  В. Л., С ы р о в а т с к и й  С. И. УФН, **85**, 65 (1965).

Поступила в редакцию 20 января 1999 г.