Краткие сообщения по физике № 7-1988 г.

УДК 533.951

К ТЕОРИИ КОНВЕКТИВНОГО ВРМБ В СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

А.В. Максимов, В.П. Силин

Получены уравнения для звуковых возмущений в условиях, когда зву является изотермическим по отношению к электронам, а по отношению ионам изотермическим или адиабатическим. Приведены пороги конвекти ного ВРМБ с учетом диссипации, обусловленной столкновениями.

Теория вынужденного рассеяния Мандельштама – Бриллюэна (ВРМБ) в полностью ионизованной плаз ме /1–3/ разработана применительно к таким условиям, в которых при рассеянии электромагнитной вол ны возбуждается изотермический звук с частотой kv_{si}, где k – волновой вектор, $v_{si} = \sqrt{(\kappa/m_i)\,(zT_e + 3T_i)}$ скорость изотермического ионного звука, z – кратность ионизации, κ – постоянная Больцмана, $T_{e(i)}$ – температура, $m_{e(i)}$ – масса электронов (ионов). Такой процесс возможен, если длина волны звука удовле воряет неравенствам $r_{De} = \sqrt{\kappa T_e/4\pi e^2 n_e} \ll \lambda/2\pi \ll \tau_{ii}\sqrt{z\kappa T_e/m_i}$, что отвечает длинам волн, большим дебаев ского радиуса, и частотам звука, большим частоты ион-ионных столкновений. В этих условиях для возму щения плотности электронов в плазме под действием пондеромоторной силы справедливо уравнение:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\,(\hat{\gamma}_L + \gamma_i)\frac{\partial}{\partial t} - v_{si}^2\,\Delta\right]\delta n_e = \frac{z n_e}{16\pi n_c m_i}\,\Delta|E|^2 . \qquad (1$$

Здесь $n_c = m_e\omega_o^2/4\pi e^2$ – критическая плотность, n_e – плотность электронов, ω_o – частота накачки E – напряженность электрического поля, $\hat{\gamma}_L$ – интегральный оператор затухания Ландау, $\tau_{1i} = 3(\kappa T_i)^{3/2} m_1^{1/2}/4\cdot\pi^{1/2} z^3 e^4 n_e \Lambda$ – время свободного пробега иона, $\gamma_i = 4v^2_{Ti}/5v^2_{si}\tau_{ii}$ – – декремент затухания изотермического звука за счет ион-ионных столкновений, Λ – кулоновский логарифм, $v_{Ti} = \sqrt{\kappa T_i/m_i}$. Следует иметь в виду, что для возможности существования ионного звук необходимо:

$$ZT_e \gg T_i\,, \qquad (2$$

а затухание ионного звука определяется черенковским эффектом на электронах и ионах (γ_L) и ион-ион ными столкновениями (γ_i).

Обратимся теперь к условиям, в которых частота звука меньше частоты ион-ионных столкновений а длина волны звука хотя и мала по сравнению с длиной свободного пробега электронов l_e, но значительн превышает длину свободного пробега ионов l_1:

$$v_{Ti}\tau_{ii} = l_i < \tau_{ii}\sqrt{z\kappa T_e/m_i} \ll \lambda/2\pi \ll l_e = \tau_{ei}\sqrt{\kappa T_e/m_e}, \qquad (3$$

где $\tau_{ei} = 3(\kappa T_e)^{3/2} m_e^{1/2}/4(2\pi)^{1/2} z e^4 n_e \Lambda$. При этом для скорости звука имеем $v_{sT} = \sqrt{(\kappa/m_i)\,(zT_e + 5T_i/3)}$ что в условиях (2) слабо отличается от скорости изотермического звука, хотя в условиях (3) звук ока зывается изотермическим только по отношению к электронам и адиабатическим по отношению к ионам Используя для ионной компоненты плазмы уравнения многомоментного описания /4/, получаем следую щее уравнение для возмущения плотности:

$$[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2\gamma_{Le}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{10}{9} v_{Ti}^2 \tau_{ii}\Delta \frac{\partial}{\partial t} - v_{sT}^2 \Delta]\frac{\partial \delta n_e}{\partial t} - \frac{25}{18} v_{Ti}^4 \tau_{ii}\Delta\Delta\delta n_e = \frac{z n_e}{16\pi n_c m_i}\frac{\partial}{\partial t}\Delta|E|^2. \quad (4)$$

В уравнении (4) учитываются ионная вязкость и теплопроводность, а электромагнитная нелинейность отвечает стрикционной силе Затухание звука определяется черенковским эффектом на электронах ($\gamma_{Le} = (2\pi v_{sT}/\lambda)\sqrt{\pi m_e z/8m_i}$) и ионной вязкостью и теплопроводностью (декремент затухания $\gamma_{sa} = (2\pi v_{Ti}/\lambda)^2\tau_{ii}(5/9 + 25\, v_{Ti}^2/36 v_{sT}^2))$.

Звук оказывается изотермическим относительно электронов и адиабатическим относительно ионов также для длин волн, удовлетворяющих неравенствам:

$$l_e \ll \lambda/2\pi \ll l_e (m_i/z m_e)^{1/2}. \quad (5)$$

Правая часть (5) отвечает малости времени выравнивания электронной температуры за счет теплопроводности по сравнению с периодом звуковых возмущений. В этих условиях уравнения многомоментного описания электронной и ионной компонент плазмы дают /5/:

$$[\frac{\partial^2}{\partial t^2} + (0{,}52z + 0{,}23)\frac{m_e}{m_i \tau_{ei}}\frac{\partial}{\partial t} - \frac{10}{9} v_{Ti}^2 \tau_{ii}\Delta\frac{\partial}{\partial t} - v_{sT}^2\Delta]\frac{\partial\delta n_e}{\partial t} - \frac{25}{18} v_{Ti}^4 \tau_{ii}\Delta\Delta\delta n_e + \quad (6)$$

$$+ \frac{4 m_e v_{Ti}^2}{3 m_i \tau_{ei}}\Delta\delta n_e = -\frac{(1{,}04z + 0{,}45)\, n_e}{16\pi n_c m_i l_e^2}\frac{\partial}{\partial t}|E|^2.$$

Это уравнение имеет место и при нарушении неравенства (2). При этом декремент затухания звука в области длин волн (5) обусловлен ионной вязкостью и теплопроводностью (γ_{sa}), релаксацией ионной температуры ($\gamma_r = 2 v_{Ti}^2 m_e / 3 v_{sT}^2 m_i \tau_{ei}$) и электронной теплопроводностью ($\gamma_{et} = (0{,}26z + 0{,}11)(m_e/m_i\tau_{ei})$) Согласно уравнению (6) в условиях (5) главным механизмом нелинейного воздействия излучения на плазму является омический нагрев.

Для возмущений с волновым вектором k и частотой $\omega = k v_s + \Delta\omega$, близкой к звуковой, уравнения (1), (4), (6) позволяют в широкой области длин волн $r_{De} \ll \lambda/2\pi \ll l_e (m_i/m_e z)^{1/2}$ записать единую интерполяционную формулу:

$$\delta n_e(\omega, k) = \frac{k v_s}{\Delta\omega + i\gamma_s}\left(1 + \frac{d_s}{k^2 l_e^2}\right)\frac{n_e |E|^2 \omega, k}{32\pi n_c \kappa T_e}, \quad (7)$$

где скорость звука $v_s = \sqrt{(\kappa/m_i)(zT_e + fT_i)}$, $f = 5/3$ при $k v_s \tau_{ii} \ll 1$ и $f = 3$ при $k v_s \tau_{ii} \gg 1$; декремент затухания звука $\gamma_s = [\gamma_{sa}^{-1} + (\gamma_{Li} + \gamma_i)^{-1}]^{-1} + \gamma_{Le} + \gamma_{et} + \gamma_r$; $d_s = (1{,}04z + 0{,}45)(z + 5T_i/3T_e)^{-1}$, $\gamma_{Li} = \sqrt{\pi/8}\,\times$ $\times\,(k v_{si}^4/v_{Ti}^3)\exp(-v_{si}^2/2v_{Ti}^2)$.

Рассмотрим процесс ВРМБ в слое толщиной $L\,(0 \leqslant x \leqslant L)$ однородной плазмы, когда s-поляризованное электромагнитное поле состоит из падающей волны накачки с частотой ω_0, волновым вектором $\mathbf{k}_0$ и амплитудой E_0, и стоксовой рассеянной волны с частотой $\omega_0 - \omega$, волновым вектором $\mathbf{k}_{-1}$ и амплитудой E_{-1}, причем $k_0 = k_{-1} = (\omega_0/c)\sqrt{1 - n_e/n_c}$, а поглощение накачки происходит по закону $E_0(x) = E_i \exp\times$ $\times(-\tau(x)/2)$, где $\tau(x) = x n_e/n_c c\tau_{ei}\sqrt{1 - n_e/n_c}\,\cos\Theta_0$; $\Theta_0 = (\mathbf{k}_0, x)$ – угол падения. Используя формулу (7) для звуковых возмущений с волновым вектором $2k_0 \sin|\Theta/2|$ (где Θ – угол рассеяния), и укороченное уравнение для стоксовой волны, получаем, что стоксова волна на длине L усиливается в $\exp[\kappa_c(L) - |\cos\Theta_0/\cos(\Theta_0 + \Theta)|\tau(L)/2]$ раз, где коэффициент конвективного усиления:

$$\kappa_c(L) = (E_i^2\omega_0\tau_{ei}/64\pi n_c\kappa T_e)\,(1-\exp(-\tau(L)))\,|\cos\Theta_0/\cos(\Theta_0+\Theta)|\times$$

$$\times\,(2k_0 v_s\sin|\Theta/2|\gamma_s)((\Delta\omega)^2+\gamma_s^2)^{-1}(1+d_s(2k_0\sin|\Theta/2|l_e)^{-2}).$$

Максимум коэффициента усиления $\kappa_{max}(L)$ достигается при $\Delta\omega = 0$. Соответственно этому, обозначая $I_{th} = (E_i^2)_{th}/64\pi n_c\kappa T_e$, и определяя порог конвективного усиления равенством $\kappa_{max}(L) - |\cos\Theta_0/\cos\times$ $\times(\Theta_0+\Theta)|\tau(L)/2 = \kappa_{th} \approx 10$, получаем:

$$I_{th} = \frac{(\kappa_{th}|\cos(\Theta_0+\Theta)/\cos\Theta_0| + \tau(L)/2)\,\gamma_s}{2(1-\exp(-\tau(L)))\,\omega_0\tau_{ei}k_0 v_s\sin|\Theta/2|}\;\frac{(2k_0\sin|\Theta/2|l_e)^2}{d_s + (2k_0\sin|\Theta/2|l_e)^2}. \qquad (8)$$

Из (8), в частности, обозначив $a = [\kappa_{th}|\cos(\Theta_0+\Theta)/\cos\Theta_0| + \tau(L)/2]\,[1-\exp(-\tau(L))]^{-1}$, имеем:

1) при $r_{De} \ll (2k_0\sin|\Theta/2|)^{-1} \ll \tau_{ii}\sqrt{z\kappa T_e/m_i}$

$$I_{th} = \frac{a}{\omega_0\tau_{ei}}\left[\sqrt{\frac{\pi}{8}}\left(\sqrt{\frac{zm_e}{m_i}} + \left(\frac{v_{si}}{v_{Ti}}\right)^3\exp\left(-\frac{v_{si}^2}{2v_{Ti}^2}\right)\right) + \frac{2v_{Ti}^2}{5k_0\sin|\Theta/2|v_{si}^3\tau_{ii}}\right],$$

2) при $\tau_{ii}\sqrt{z\kappa T_e/m_i} \ll (2k_0\sin|\Theta/2|)^{-1} \ll l_e$

$$I_{th} = \frac{a}{\omega_0\tau_{ei}}\left[\sqrt{\frac{\pi z m_e}{8m_i}} + \left(\frac{5}{9} + \frac{25v_{Ti}^2}{36v_{sT}^2}\right)\frac{2k_0\sin|\Theta/2|v_{Ti}^2\tau_{ii}}{v_{sT}}\right],$$

3) при $l_e \ll (2k_0\sin|\Theta/2|)^{-1} \ll l_e(m_i/m_e z)^{1/2}$

$$I_{th} = \frac{a(2k_0\sin|\Theta/2|l_e)^2}{d_s\omega_0\tau_{ei}}\left[\left(\frac{5}{9} + \frac{25v_{Ti}^2}{36v_{sT}^2}\right)\frac{2k_0\sin|\Theta/2|v_{Ti}^2\tau_{ii}}{v_{sT}} + \frac{(0{,}26z + 0{,}11 + 2v_{Ti}^2/3v_{sT}^2)\,m_e}{2k_0\sin|\Theta/2|\,v_{sT}m_i\tau_{ei}}\right].$$

Анализируя зависимость полученных результатов для порога ВРМБ от $\tau(L)$, укажем, что при $\tau(L) \gg 1$ ВРМБ возникает вблизи левой границы слоя плазмы. Замечая, что при усилении стоксовой волны не из всего слоя толщиной L, а из некоторой его части толщиной l записанные формулы для конвективного порога ВРМБ изменяются только заменой L на l, легко понять, что в сильно поглощающей плазме конвективное усиление будет происходить главным образом в слое, толщина которого l определяется условием $\tau(l) \sim \ln\kappa_{th}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Силин В.П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму, М., Наука, 1973.
2. Горбунов Л.М. УФН, 109, 631 (1973).
3. Liu C.S. Advances in Plasma Phys., Intersci. Publ., New-York, 6, 121 (1976)
4. Силин В.П. Введение в кинетическую теорию газов, М., Наука, 1971.
5. Максимов А.В., Силин В.П. Препринт ФИАН № 226, М., 1987.

Поступила в редакцию 3 марта 1988 г.