

**О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГАРМОНИК НА СЛАБО НЕЛИНЕЙНОЙ СТАДИИ  
РАЗВИТИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ**

И.Г. Лебо, В.Б. Розанов, В.Ф. Тишкин\*, А.О. Федянин\*

*Исследована слабо нелинейная стадия развития рэлей-тейлоровской неустойчивости в сжимающихся сферических оболочках. Показано, что взаимодействие гармоник снижает скорость роста возмущений и приводит к генерации новых гармоник.*

Для классической задачи о рэлей-тейлоровской неустойчивости на границе между двумя жидкостями в поле силы тяжести для плоского слоя известны два закона роста возмущений. В случае несжимаемой жидкости линейная стадия развития возмущений ( $ka \ll 1$ , где  $k$  – волновое число возмущений,  $a$  – амплитуда) рассмотрена Тейлором в работе /1/ и описывается выражением  $a \sim a_0 \exp(\gamma t)$ , где  $a_0$  – начальная амплитуда,  $t$  – время,  $\gamma = \sqrt{kg}$  – инкремент нарастания возмущений,  $g$  – ускорение.

Поздняя нелинейная стадия ( $ka \gg 1$ ) изучена в работе Ферми /2/, где показано, что возмущения возрастают пропорционально  $gt^2/2$ .

Для сферического случая инкремент роста возмущений на линейной стадии при  $n \gg 1$

$$\gamma = t^{-1} \int_0^t [gn/R(t')]^{1/2} dt'$$

Здесь  $n$  – номер возмущений,  $R(t)$  – средний текущий радиус границы /3, 4/.

В задаче для сжимаемой жидкости с учетом диссипативных процессов возмущения на линейной стадии развиваются по экспоненциальному закону с меньшим по сравнению с классическим инкрементом  $\gamma \sim (0,3 - 0,5) \gamma_T$  /5, 6/.

В настоящей работе исследовалась динамика развития возмущений границ тонких сферических оболочек на слабо нелинейной стадии, т.е. когда  $na/R \gg 1$ . Исследование проводилось с помощью численных экспериментов по двумерной программе АТЛАНТ.

Моделировалось сжатие стеклянной оболочки, заполненной газом, с помощью лазера с энергией в импульсе 360 Дж. Распределения газодинамических параметров в мишенях к моменту  $t = 2,4$  нс получены из одномерного расчета по программе АТЛАНТ, после чего в форму оболочки вносились возмущения в виде

$$R = R_0 (1 + a e^{-n|R - R_0|/R_0} \cos n\Theta),$$

где  $n$  – номер гармоники возмущения,  $a$  – амплитуда возмущения,  $R$  – радиус,  $R_0$  – радиус границы между оболочкой и горючим,  $\Theta$  – угол.

В первой серии расчетов заданы следующие значения параметров возмущения: 1)  $a_1 = 0,01$ ,  $n_1 = 4$ ; 2)  $a_2 = 0,01$ ,  $n_2 = 12$ ; 3) возмущения задавались в виде:

$$R = R_0 [1 + a (e^{-n_1|R - R_0|/R_0} \cos n_1\Theta + e^{-n_2|R - R_0|/R_0} \cos n_2\Theta)].$$

В процессе сжатия параметр  $na/R$  менялся в диапазоне 0,01–1.

На рис. 1а показана форма границы оболочка-горючее в момент времени  $t = 4,43$  нс для случая (3) (кривая 1). На кривой 2 показана форма границы в том случае, если бы она имела вид:

\* ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР.

$$R = R(t_*) [1 + \tilde{a}_1(t_*) \cos n_1 \Theta + \tilde{a}_2(t_*) \cos n_2 \Theta],$$

где  $\tilde{a}_1(t_*)$ ,  $\tilde{a}_2(t_*)$  — амплитуды возмущения, полученные в вариантах (1) и (2) на тот же момент времени. Видно, что амплитуда возмущений, полученная в варианте (3), равна сумме амплитуд возмущений для вариантов (1) и (2). Спектральный анализ возмущений границы в варианте (3) показывает, что амплитуды 4 и 12 гармоник более чем на порядок превосходят амплитуды других гармоник. Отметим, что к моменту времени  $t = t_*$  параметр  $\rho a(t_*)/R(t_*) = 0,95$ .

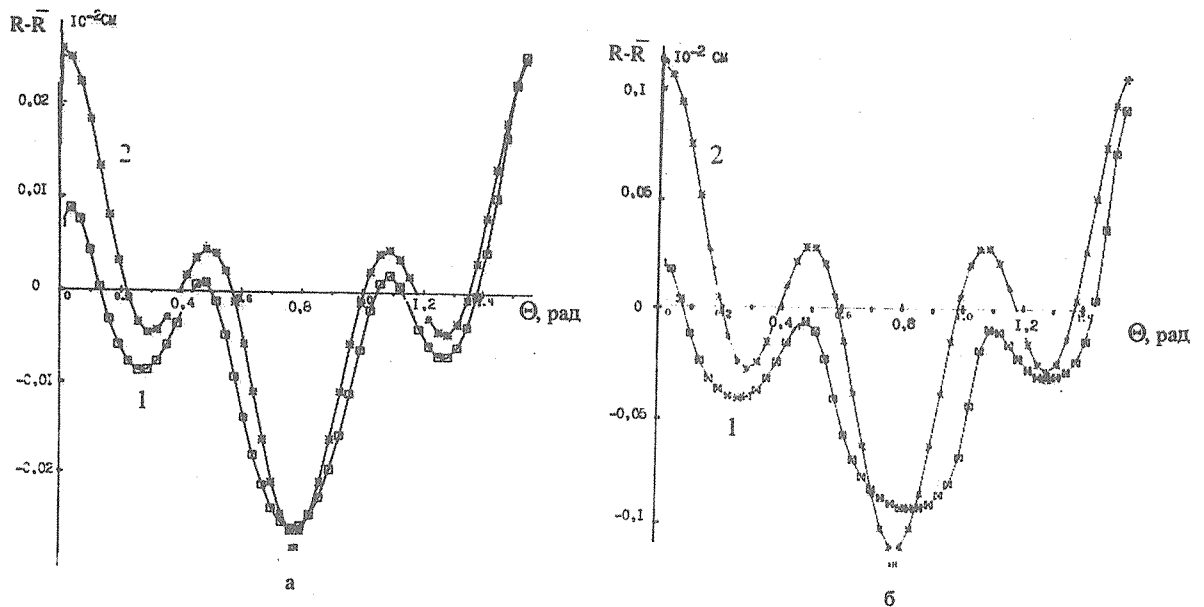


Рис. 1. а) Возмущение границы оболочка-горючее  $R(\Theta) - \bar{R}$  в зависимости от угла  $\Theta$  момент времени  $t_* = 4,43$  нс;  $\bar{R}$  — усредненное по углу значение радиуса границы в момент  $t_*$ ; 1 — результат численного расчета для варианта (3); 2 — форма возмущения границы в том случае, если бы она имела вид  $R = \bar{R}(t_*) [1 + a_1(t_*) \cos n_1 \Theta + a_2(t_*) \cos n_2 \Theta]$ . б) Возмущение границы в зависимости от угла  $\Theta$ , полученное во второй серии расчетов (варианты 4, 5, 6),  $t_* = 4,6$  нс.

Таким образом видно, что вплоть до  $\rho a(t)/R(t) \cong 1$  наблюдается линейная стадия развития возмущений. Сдвиг кривой 1 по сравнению с кривой 2 объясняется тем фактом, что функция  $\cos \Theta$ , выбранная в качестве возмущения формы границы оболочка-горючее, не является собственной функцией оператора Лапласа на сфере.

Во второй серии расчетов выбраны следующие параметры возмущений внутренней границы оболочки: 4)  $a_4 = 0,025$ ,  $n_4 = 4$ ; 5)  $a_5 = 0,025$ ,  $n_5 = 12$ ; 6) возмущения задавались в виде:

$$R = R_0 (1 + a_4 (\cos n_4 \Theta + \cos n_5 \Theta) e^{-|R - R_0|/R_0}).$$

На рис. 1б представлены форма границы оболочка-горючее для варианта (6) (кривая 1) и форма, которую имела бы граница в том случае, если бы она описывалась выражением (кривая 2)

$$R = \bar{R} [1 + \tilde{a}_4(t) \cos n_4 \Theta + \tilde{a}_5(t) \cos n_5 \Theta],$$

причем  $\rho a(t)/R(t) = 5$  в момент времени  $t = 4,6$  нс.

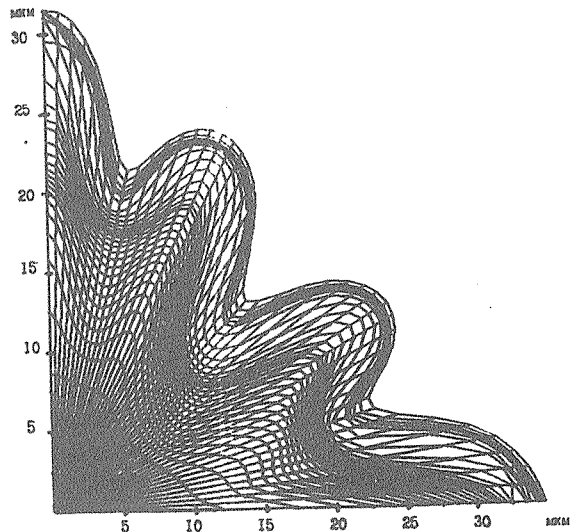
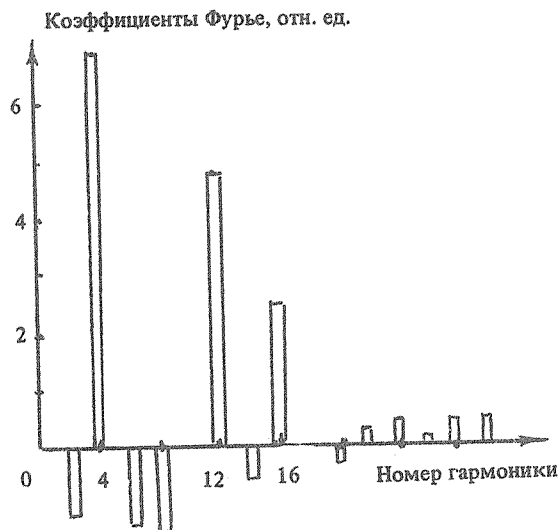


Рис. 2. Коэффициенты Фурье для различных номеров гармоник возмущений границы, полученные в варианте (6) в момент  $t_* = 4,6$  нс.

Рис. 3. Форма сжатой части мишени в момент коллапса  $t_*$ , полученная в варианте расчета (6).

Видно, что в варианте (6) амплитуда возмущений меньше величины, получаемой при суммировании амплитуд возмущений двух независимых гармоник. Спектральный анализ в этом случае показывает, что наряду с 4 и 12 гармониками в спектре возникли новые гармоники (8, 16) сравнительно больших амплитуд (рис. 2). На рис. 3 показана форма мишени в момент коллапса (вариант 6)  $t_* = 4,6$  нс.

Таким образом, выполненные исследования показали следующее.

- 1) Вплоть до значения  $na/R \lesssim 1$  наблюдается линейная стадия развития возмущений с инкрементом возмущений приблизительно в 2 раза меньшим классического.
- 2) В результате нелинейного взаимодействия гармоник рост возмущений замедляется по сравнению со случаем независимого развития гармоник.
- 3) На нелинейной стадии происходит генерация новых гармоник, причем наибольшие амплитуды имеют гармоники  $n_1 + n_2, n_1 - n_2$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor G. Proc. Roy. Soc., A201, 192 (1950).
2. Ферми Э. Научные труды, М., Наука, 1972, т. 2, с. 490.
3. Гамалий Е. Г. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 23 (1976).
4. Гамалий Е. Г. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 7 (1987).
5. Гамалий Е. Г. и др. ЖЭТФ, 79, 459 (1980).
6. Emery M. H., Gardner J. H., Boris J. P. Appl. Phys. Lett., 41, 808 (1982).

Поступила в редакцию 4 марта 1988 г.