

**О РАСЩЕПЛЕНИИ СОБСТВЕННЫХ МОД БМЗ ВОЛНЫ
ПОЛОИДАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

П.Е. Мороз

Получено уравнение, определяющее условия возбуждения различных собственных мод в цилиндрической плазме при произвольных радиальных зависимостях плотности плазмы, продольного и пологоидального магнитных полей. Численное решение показало существенные и принципиальные отличия от известных приближенных выражений для расщепления собственных мод.

В работах /1-4/ предсказан и экспериментально обнаружен эффект расщепления (снятия вырождения) пологоидальным магнитным полем различных собственных мод с противоположными продольными волновыми векторами $\pm k_z$. В работах /1/ и /2/ соответственно приведены следующие приближенные выражения для расщепления

$$\frac{\delta \bar{n}}{\bar{n}} \approx \frac{2}{3} \frac{mk_z a^2}{qR(1+k_z^2 a^2/3)}, \tag{1}$$

$$\delta \bar{n}/\bar{n} \approx 2,5mk_z c^2/qR\omega_{pi}^2. \tag{2}$$

Здесь $\delta \bar{n}/\bar{n}$ — относительное изменение средней плотности плазмы для собственной моды из-за влияния пологоидального поля, a и R — малый и большой радиусы тороидальной плазмы. По характеру зависимости от основных параметров выражения (1) и (2) близки и дают: а) расщепление отсутствует для симметричных мод $m = 0$, б) при изменении знака k_z или m величина $\delta \bar{n}/\bar{n}$ также меняет знак, в) расщепление пропорционально вращательному преобразованию $1/q$. В настоящей работе выведено уравнение, на основе которого рассчитана величина $\delta \bar{n}/\bar{n}$, в ряде случаев оказавшаяся существенно отличной от (1) и (2).

Рассмотрим цилиндрическую плазму, находящуюся в магнитном поле $\mathbf{B} = B_z(r)\mathbf{e}_z + B_\theta(r)\mathbf{e}_\theta$ внутри круглого металлического волновода радиуса b . Введем параметры k и γ : $k = B_\theta/B_z$, $\gamma = \arctg k$. Записывая уравнения Максвелла $\text{rot } \mathbf{E} = ik_0 \mathbf{H}$, $\text{rot } \mathbf{H} = -ik_0 \mathbf{D}$ ($k_0 = \omega/c$) в цилиндрической системе координат и учитывая, что тензор диэлектрической проницаемости $\tilde{\epsilon}$ дается соотношением $\tilde{\epsilon} = \hat{T} \hat{\epsilon} \hat{T}^{-1}$,

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}, \hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix},$$

где $\hat{\epsilon}$ — обычный тензор холодной плазмы, получим уравнение для компоненты E_θ поля БМЗ волны

$$\begin{aligned} & (\epsilon_1 - n_3^2) E_\theta'' + E_\theta' \left\{ \left(\frac{1}{x} + \frac{2kk'}{1+k^2} \right) (\epsilon_1 - n_3^2) - n_2 \left[\frac{n_2}{x} + \frac{2kk'}{1+k^2} n_2 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{n_2}{\epsilon_1 - n_2^2 - n_3^2} (\epsilon_1' + \frac{2m^2}{x^3}) + \frac{1}{x\sqrt{1+k^2}} \left(\frac{m}{x} + 2kn_z + n_z x k' \right) + n_z \left(k' - \frac{k}{x} \right) \right] \right\} + \\ & + E_\theta \left\{ [n_1^2 - n_2^2 - \frac{1}{x^2(1+k^2)}] (\epsilon_1 - n_3^2) - n_2 \epsilon_2' - n_2 \frac{\epsilon_1' + 2m/x^3}{\epsilon_1 - n_2^2 - n_3^2} \left[\frac{n_2}{x} - \epsilon_2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - n_z \left(k' - \frac{k}{x} \right) \right] - \frac{1}{x\sqrt{1+k^2}} \left[-\frac{2mn_2}{x^2} - \epsilon_2 \left(\frac{2m}{x} - n_z k \right) \right] - n_2 \left(\frac{n_z k'}{x\sqrt{1+k^2}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{kk'}{1+k^2} \epsilon_2 + n_z k'' \right) - \frac{n_2^2 k^2}{x^2(1+k^2)} - n_z \left(k' - \frac{k}{x} \right) \left(\epsilon_2 - \frac{2m}{x^2\sqrt{1+k^2}} + \frac{kk'}{1+k^2} n_2 \right) \right\} = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Штрих здесь обозначает производную по безразмерному радиусу $x = k_0 r$, кроме того использованы следующие обозначения: $n_z = k_z/k_0$, $n_2 = (m/x - n_z \kappa)/\sqrt{1 + \kappa^2}$, $n_3 = (n_z + m\kappa/x)/\sqrt{1 + \kappa^2}$, $n_1^2 = \epsilon_1 - n_3^2 - \epsilon_2^2/(\epsilon_1 - n_3^2)$.

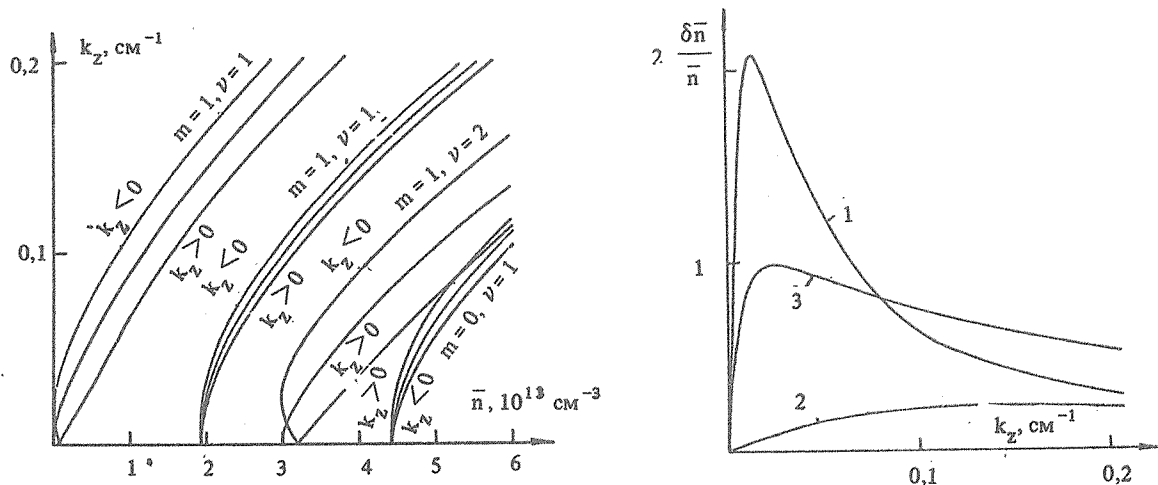


Рис. 1. Зависимость модуля продольной компоненты волнового вектора k_z от средней плотности плазмы \bar{n} для нескольких низших мод (m, ν) при наличии полоидального поля (кривые, обозначенные $k_z > 0$ и $k_z < 0$) и без него.

Рис. 2. Сравнение вычисленного значения $\delta \bar{n}/\bar{n}$ (кривая 1) для моды $m = 1, \nu = 1$ с приближенными выражениями, даваемыми формулами (1) — кривая 2 и (2) — кривая 3.

Условие возбуждения собственной моды с волновыми числами m и k_z является условие разрешимости уравнения (3) при соответствующих граничных условиях: ограниченности полей при $r = 0$ и обращении E_θ в нуль на стенке волновода $E_\theta(b) = 0$. Расчеты проведены для плазмы радиуса a с параболическим профилем плотности при линейном нарастании полоидального магнитного поля с радиусом $\kappa \propto r$. На рис. 1 показана зависимость k_z от \bar{n} для низших собственных мод при $a = 11,5$ см, $b = 17,5$ см. Видно расщепление мод при $\kappa(a) = 0,2$ (кривые $k_z > 0$ и $k_z < 0$). Здесь же показаны моды при $\kappa = 0$. На рис. 2 для примера приведено сравнение полученного расщепления моды $m = 1, \nu = 1$ с приближенными выражениями (1) и (2). Видно существенное отличие. Кроме того, как показали расчеты для разных мод, оказываются нарушенными все основные положения а) — в), указанные в начале статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chance M. S., Perkins F. W., Sperling J. Bull. Am. Phys. Soc., 18, 1273 (1973).
2. Adam J. et al. Proc. 5-th Int. Conf. on Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res. IAEA, Tokio, 1974, v. 1, p. 65.
3. Hosea J. C. Symp. on Plasma Heating in Toroidal Devices, Varenna, 1974, p. 61.
4. Equipe TFR. Proc. 3-rd Int. Symp. on Plasma Heating in Toroidal Devices, Varenna, 1976, p. 43.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 25 марта 1988 г.