Краткие сообщения по физике № 9-1988 г.

УДК 530.145

"ФИЗИЧЕСКАЯ" КХД$_2$

Ф.М. Сараджев *

Показано, что на физических векторах состояний двумерная квантовая хромодинамика сводится к полям материи в киральном фоне.

Предложенная Виттеном /1/ неабелева бозонизация в двумерном пространстве-времени усилила интерес к двумерным моделям квантовой теории поля. Так, в /2/ в подходе континуального интегрирования была проведена бозонизация двумерной квантовой хромодинамики (КХД$_2$), также приводящая к возникновению аномального члена Весса – Зумино /3/.

Цель данной статьи – построение двумерной квантовой хромодинамики на физических векторах состояний. КХД$_2$ рассмотрена в калибровке $A_0 = 0$. Эта калибровка не фиксирует полностью калибровочный произвол. Сохраняется остаточная симметрия относительно независящих от времени калибровочных преобразований. На языке векторов состояний это означает, что физическими являются вектора, на которых выполняется закон Гаусса.

В /4/ показано, что разрешение связей сводит КХД$_2$ к полям материи в фоновом поле. Фоновое поле имеет операторную природу и создается внешними статическими зарядами на пространственной бесконечности. Мы хотим предложить иной подход к КХД$_2$. Рассмотрение ведется в рамках канонического формализма, а разрешение связей производится в два этапа. Первый этап – переход к непреобразующимся фермионам /5/. Каноническим преобразованием в гамильтониане осуществляется переход к физическим степеням свободы у фермионов. Остаточная симметрия сохраняется у глюонного поля. На втором этапе для физических векторов состояний, удовлетворяющих усеченному закону Гаусса (фермионы исключены!), предлагается анзац, позволяющий завершить разрешение связей и построить "физический" гамильтониан.

В нашем подходе двумерная КХД сводится к полям материи в фоновом киральном поле. Такой фон, на наш взгляд, дает возможность исследовать топологические аспекты КХД$_2$, не прибегая к бозонизации.

Гамильтониан КХД$_2$ в калибровке $A_0 = 0$ имеет вид (группа остаточной симметрии SU (2)) /6/

$$H = \int dx^1\, \mathcal{H}\,(x^0, x^1),$$

$$\mathcal{H}(x) = \mathcal{H}_\psi(x) + \frac{1}{2}\,(\pi^a)^2 + g j^a_{1f} A^a + \frac{g^2}{4\pi}(A^a)^2, \tag{1}$$

где $j^a_{\mu f} \equiv :\bar\psi(x)\,\frac{1}{2}\,\tau^a\gamma_\mu\psi(x):$, $\mathcal{H}_\psi(x) \equiv \bar\psi(x)\,(i\gamma_1\partial + m)\,\psi(x)$. При получении (1) использована калибровочно-инвариантная техника раздвижки совпадающих аргументов в билинейных по фермионным полям выражениях. Генераторами остаточной симметрии являются

$$T^a = D^{ab}\pi^b + g j^a_0, \quad [T^a(x), H]_- = 0.$$

Сделаем первый шаг в разрешении связей – переход к непреобразующимся фермионам. Совершим над фермионами каноническое преобразование, зависящее от A^a и определяемое из условия /5/

* Азербайджанский государственный университет, Баку.

$$V^{-1}T^aV = D^{ab}\pi^b. \tag{2}$$

Выражение (2) означает, что остаточная симметрия преобразованного гамильтониана $V^{-1}HV$ не зависит от фермионных переменных. Если $V = \exp\left\{ig\int dx^1 j_0^a\lambda^a(x^1|A)\right\}$, то (2) можно переписать следующим образом:

$$D^{ab}(x^1)\rho^{bc}(x^1, y^1|A) = \delta^{ac}\delta(x^1 - y^1). \tag{3}$$

При этом $\rho^{bc}(x^1, y^1|A) \equiv (i/g)\,\mathrm{tr}\left[\tau^c(\delta\Omega(y^1|A)/\delta A^b(x^1))\,\Omega^{-1}(y^1|A)\right]$, а $\Omega(y^1|A) \equiv \exp\left\{(ig/2)\tau^a\lambda^a(y^1|A)\right\}$. Преобразованный гамильтониан имеет вид

$$\widetilde{H} = V^{-1}HV = \int dx^1\left\{\mathcal{H}_\psi(x) + gj_{1f}^a\widetilde{A}^a + (g^2/4\pi)(\widetilde{A}^a)^2 + (1/2)\left(\pi^a - g\int\rho^{ab}(x^1, y^1|A)\widetilde{j}_0^b(y^1)\,dy^1\right)^2\right\}. \tag{4}$$

Здесь $\widetilde{A} = A^\Omega = \Omega^{-1}A\Omega + (i/g)\Omega^{-1}\partial\Omega$, $\widetilde{j}_0^b = V^{-1}j_0^b V$.

Гамильтониан $\widetilde{H}$ и поле $\widetilde{A}$ инвариантны относительно калибровочных преобразований поля A. Таким образом, при любом выборе $\Omega(y^1|A)$, удовлетворяющем (3), в преобразованном гамильтониане фермионы взаимодействуют только с "физическим" полем A. Решение уравнения (3) можно представить в виде

$$\Omega = \Omega_1\Gamma, \tag{5}$$

где $\Omega_1(y^1|A) = P\exp\left\{-ig\int_{y^1}^{\infty} dzA(z)\right\}$, а $\Gamma(y^1|A)$ есть решение соответствующего однородного уравнения $D^{ab}(x^1)\left[\delta\Gamma(y^1|A)/\delta A^b(x^1)\right] = 0$, т.е. калибровочно-инвариантный функционал *.

Зависящей от A простейшей калибровочно-инвариантной конструкцией является $\widetilde{\Gamma}(A) = P\exp\left\{ig\int_{-\infty}^{\infty} dz\,A(z)\right\}$, поэтому для $\Gamma(y^1|A)$ воспользуемся выражением

$$\Gamma(y^1|A) = \widetilde{\Gamma}(A)h(y^1). \tag{6}$$

В (6) $h(y^1)$ – произвольная функция на R^1, принимающая значение в пространстве группы SU(2). Итак, в решении уравнения (3) существует произвол, заключающийся в возможности введения кирального поля $h(y^1)$ **. Отметим, что с учетом (5) и (6) "физическое" поле $\widetilde{A} = (i/g)h^{-1}\partial h$.

Предположим, что физическое подпространство гамильтониана (4) образовано векторами, являющимися функционалами от Г. Очевидно, что на $\Phi_{ph} = \Phi(\widetilde{\Gamma}h)$ выполняется закон Гаусса. Тем самым мы завершаем разрешение связей: $\widetilde{H}\Phi(\Gamma) = H_{ph}\Phi(\Gamma)$, где H_{ph} – гамильтониан с устраненной калибровочной симметрией.

На калибровочно-инвариантных (физических) векторах состояний $\Phi(\widetilde{\Gamma}h)$ *** плотность гамильтониана принимает вид

$$\mathcal{H}_{ph} = \int d\eta dz J_{0,tot}^a(\eta, x^1)\,U^{ab}(\eta, z)\,J_{0,tot}^b(z, x^1) + \mathcal{H}_\psi + j_{1f}^aJ_1^a + (J_1^a)^2/4\pi, \tag{7}$$

* Вместо Ω_1 можно выбрать в (5) другое частное решение уравнения (3): $\Omega_2 = P\exp\left\{ig\int_{-\infty}^{y^1} dz\,A(z)\right\}$.

** Строго говоря, при калибровочных преобразованиях $A \to A^S$ $\widetilde{\Gamma}(A) \to \widetilde{\Gamma}(A^S) = S(+\infty)\,\widetilde{\Gamma}(A)\,S^{-1}(-\infty)$, так что $\widetilde{\Gamma}(A)$ калибровочно-инвариантна только при условии $S(+\infty) = S(-\infty) = 1$. Выражение (6) в принципе можно сделать инвариантным относительно любых калибровочных преобразований, если одновременно преобразовывать и киральное поле: $h \to S(-\infty)hS^{-1}(+\infty)$.

*** Точнее, $\Phi(\widetilde{\Gamma}h, \psi)$.

где $J^a_{0,tot}(z, x^1) = J^a_0(z) - \Theta(z - x^1)j^a_0(z)$, $U^{ab}(\eta, z) = (g^2/4)\,\mathrm{tr}\,[\tau^a h^{-1}(\eta)h(z)\tau^b h^{-1}(z)h(\eta)]$. Токи $J^a_0(z)$ и $J^a_1(z)$ строятся при помощи кирального поля $h \equiv h^0/2 + \tau^a h^a/2$:

$$J^a_0(z) = \frac{1}{2}h^0(z)\frac{\delta}{\delta h^a(z)} - \frac{i}{2}\epsilon^{abc}h^b(z)\frac{\delta}{\delta h^c(z)},$$

$$J^a_1(z) = i\,\mathrm{tr}\,[\tau^a h^{-1}(z)\partial h(z)],$$

и удовлетворяют следующей алгебре:

$$[J^a_0(z),\ J^b_0(\eta)]_- = i\epsilon^{abc}J^c_0(z)\delta(z-\eta),$$

$$[J^a_0(z),\ J^b_1(\eta)]_- = i\epsilon^{abc}J^c_1(z)\delta(z-\eta) + i\delta^{ab}\partial_\eta\delta(z-\eta),$$

$$[J^a_1(z),\ J^b_1(\eta)]_- = 0.$$

Если бы в (5) было выбрано второе частное решение уравнения (3), т.е. Ω_2, то мы получили бы тот же гамильтониан (7), только с иным $J^a_{0,tot}$: $J^a_{0,tot}(z, x^1) = J^a_0(z) + \Theta(x^1 - z)j^a_0(z)$.

Подводя итог, скажем следующее. Разрешение связей оказывается процедурой неоднозначной. Решения уравнения (4) определены с точностью до некоторой произвольной функции $h(y^1)$. Именно на $h(y^1)$ переносится роль динамической переменной вместо исключаемого при разрешении связей поля A^a. В результате "физическая" $КХД_2$ сводится к фермионным полям, взаимодействующим с киральными токами.

Автор признателен В.Я. Файнбергу за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Witten E. Comm. Math. Phys., 92, 455 (1984).
2. Di Vecchia P. et al. Phys. Lett., 144B, 245 (1984); Gamboa Saravi R. E. et al. Phys. Rev., D30, 1353 (1984); Gonzales D., Redlich A. N. Phys. Lett., 147B, 150 (1984); Falomir H., Santangelo E. M. Phys. Rev. Lett., 56, 1659 (1986); Fradkin E. et al. Phys. Rev., D36, 3809 (1987).
3. Wess J., Zumino B. Phys. Lett., 37B, 95 (1971).
4. Witten E. Nuovo Cim., 51A, 325 (1979).
5. Курчанов А.Ф., Файнберг В. Я. Препринт ФИАН №101, М., 1982; Письма в ЖЭТФ, 35, 532 (1982); Сараджев Ф.М., Файнберг В. Я. Труды ФИАН, 165, 4 (1986).
6. Zeppenfeld D. Nucl. Phys., B247, 125 (1984).

Поступила в редакцию 24 мая 1988 г.