УДК 621.378

ДИФРАКЦИОННЫЕ АВТОСОЛИТОНЫ В КВАНТОВОРАЗМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

А. Ю. Окулов

Предложена точно решаемая модель для описания частицеподобных возбуждений электромагнитного поля в нелинейной среде с усилением и потерями – автосолитонов. В приближении большого числа Френеля получено точное решение нелинейного волнового уравнения, описывающее пространственное распределение световой волны в конфокальном лазерном резонаторе, содержащем тонкослойный полупроводниковый усилитель и насыщающийся поглотитель.

Солитонные решения нелинейных волновых уравнений реализуются благодаря устойчивому балансу дисперсии и нелинейности [1]. Например, стационарные волноводы в керровском диэлектрике возникают благодаря компенсации дифракционного расплывания положительной линзой, наводимой в среде излучением [2]. Возможность точного решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) [1] связана с наличием бесконечно большого числа интегралов движения [3]. Кроме консервативных систем существует ряд уравнений с диссипацией, где уединенные волны образуются в результате баланса диффузии и обостряющей нелинейности [4]. В нелинейных оптических системах солитонные возбуждения могут возникать, например, на нижней ветви S-образной передаточной функции нелинейного интерферометра [5], что соответствует солитонам НУШ, возмущенным утечкой энергии через зеркала и накачкой, или на фронте волны переключения между устойчивыми состояними мультистабильного интерферометра или лазерного резонатора с насыщающимся поглотителем, где скачкообразное изменение поперечной структуры поля сглаживается дифракцией [6]. В первом случае солитоны НУШ формируются вследствие развития филаментации Беспалова–Таланова [7], во втором образуются дифракционные автосолитоны, для которых характерны мелкомасштабные осцилляции, интерпретируемые как френелевская дифракция на резком крае, образованном волной переключения [6]. Солитонные решения возможны также в нелинейной среде с диссипацией и усилением, как показано в точно решаемой модели синхронизации продольных мод лазера с насыщением поглощения, предложенной Хаусом [8].

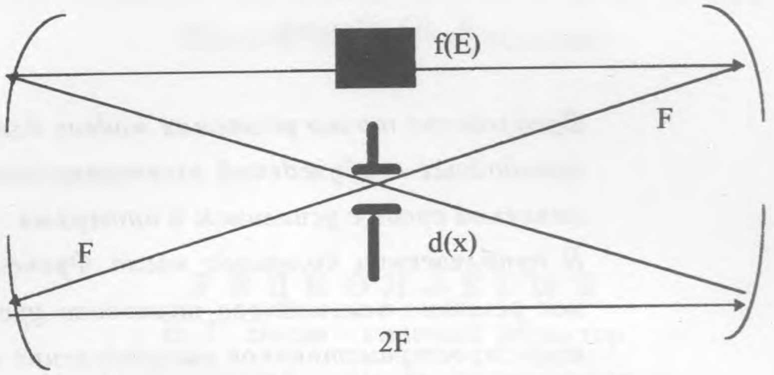

Рис. 1. ***Кольцевой конфокальный резонатор с нелинейным усилителем $f(E)$ и диафрагмой $d(x)$, помещенными в сопряженных плоскостях.***

В настоящей работе рассматривается точно решаемая модель нелинейного оптического резонатора, содержащего тонкослойную квантоворазмерную усиливающую среду. Показано, что при определенном выборе геометрии резонатора и активной среды поперечная структура поля описывается солитонным профилем $\mathrm{sech}(x)$. Предлагаемый подход является развитием подхода, применявшегося в работе [9], где был рассмотрен кольцевой конфокальный резонатор с тонкослойным нелинейно-усиливающим элементом, помещенным в одну из фокальных плоскостей (рис. 1). Следуя процедуре, предложенной Фоксом и Ли [10], для описания динамики поперечной структуры поля в параксиальном приближении было получено уравнение, включающее преобразование поля в нелинейном элементе f и пространственную фильтрацию на апертурах в других фокальных плоскостях, что учитывалось линейным интегральным оператором свертки. В приближении малых изменений поля за один проход через резонатор это уравнение сводится к уравнению Колмогорова–Петровского–Пискунова [11], описывающему распространение возбуждений в виде автомодельно распространяющихся фронтов в однокомпонентной активной среде с диффузией.

Рассмотрим конфокальный резонатор стоячей волны, образованный парой софокусных зеркал (рис. 2). В этом случае, как известно, распространение поля от одного зеркала к другому дается преобразованием Фурье [12]. При малом числе Френеля нелинейная

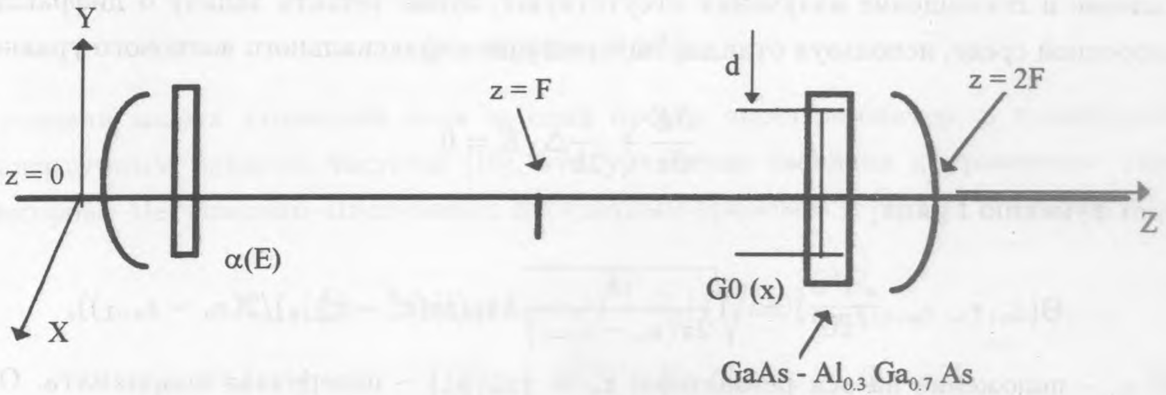

Рис. 2. *Конфокальный резонатор Фабри–Перо с насыщающимся поглотителем $\alpha(E)$, и широкоапертурным усилителем $G_0(x)$, расположенными в сопряженных плоскостях вплотную к зеркалам.*

среда, помещенная в такой резонатор, лишь незначительно изменяет пространственную структуру излучения, что можно учесть разложением в ряд по полному набору функций Гаусса–Эрмита или Гаусса–Лагерра [10]. Покажем, что в резонаторе с большим числом Френеля, если нелинейная среда расположена в виде двух тонких слоев у зеркал и один слой является поглощающим, а другой усиливающим, можно получить точное решение в виде $\mathrm{sech}(x)$. В качестве такого слоя возьмем квантоворазмерную среду $GaAs$-$Al_{0.3}Ga_{0.7}As$ со следующими параметрами [13]: длина волны генерации $\lambda = 0.8\,мкм$, период структуры 100 $\mathring{A}$, размер квантовой ямы = 70 $\mathring{A}$, толщина усилителя $L = 2\,мкм$, число квантовых ям 120, число частиц $N = 10^{18}\ см^{-3}$, сечение усиления $\sigma = 10^{-16}\ см^2$, диаметр усиливающей области $d = 200\,мкм$, фокусное расстояние зеркал $F = 500\,мкм$, время межзонной релаксации $T_1 = 10^{-9}\,сек$. Усиление и поглощение излучения в каждом нелинейном слое запишем в виде [13]

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2k}\Delta_\perp E = \sigma N_{amp} E \qquad \frac{dN_{amp}}{dt} = \frac{N_0 - N_{amp}}{T_1} - \sigma N_{amp}|E|^2$$
$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2k}\Delta_\perp E = -\sigma N_{abs} E \qquad \frac{dN_{abs}}{dt} = \frac{N_0 - N_{abs}}{T_1} - \sigma N_{abs}|E|^2. \qquad (1)$$

Ввиду слабости дифракционных эффектов внутри усилителя ($d^2/L\lambda \approx 40000$), дифракционным слагаемым в обоих уравнениях можно пренебречь и решать точечную систему, что легко дает в стационарном режиме генерации нелинейные передаточные функции для каждого слоя $G[E_n(x), x]$, $f_{abs}\{E_n(x)\}$. Наоборот, в большей части резонатора, где усиление и поглощение излучения отсутствуют, будем решать задачу о дифракции в однородной среде, используя стандартное решение параксиального волнового уравнения

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{i}{2k}\Delta_\perp E = 0$$

через функцию Грина

$$\Theta(z_n, \mathbf{r}_n, z_{n-1}, \mathbf{r}_{n-1}) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi(z_n - z_{n-1})}}\exp(ik(\mathbf{r}_n^2 - \mathbf{r}_{n-1}^2)/2(z_n - z_{n-1})), \qquad (2)$$

где z_n – положение на оси резонатора, $\mathbf{r}_n = \{x_n, y_n\}$ – поперечная координата. Отражение от зеркала радиуса $R = 2F$ можно учесть дополнительным подынтегральным множителем

$$\exp(-ik\mathbf{r}_{n-1}^2/2F),$$

который позволяет учесть граничные условия на зеркале

$$\Theta(z_n, \mathbf{r}_n, z_{n-2}, \mathbf{r}_{n-2}) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(z_n, \mathbf{r}_n, z_{n-1}, \mathbf{r}_{n-1})\exp(-ik\mathbf{r}_{n-1}^2/2F)\Theta(z_{n-1}, \mathbf{r}_{n-1}, z_{n-2}, \mathbf{r}_{n-2})d^2\mathbf{r}_{n-1}.$$

Полагая $(z_n - z_{n-1}) = 2F$, получаем в одномерном случае уравнение Фокса–Ли, связывающее амплитуды поля E_n при последовательных проходах через резонатор:

$$E_{n+1}(x_3) = \frac{ik}{4\pi F}\int\int T(x_1, x_2, x_3) f_{abs}\{E_n(x_1)\}G(x_2)dx_1dx_2$$

$$T(x_1, x_2, x_3) = \exp[ik\{(x_2 - x_1)^2 + (x_3 - x_2)^2 - 2x_1^2 - 2x_2^2\}/4F], \qquad (3)$$

где $f_{abs}\{E_n(x_1)\}$ есть решение уравнения (1) для насыщающегося поглотителя. Уравнение (3) удобно переписать в следующем виде, выделив в нем ядро $K(x_1, x_3)$, описывающее дифракцию на усиливающем зеркале $G(x)$:

$$E_{n+1}(x_3) = \int K(x_1, x_3) f_{abs}\{E_n(x_1)\}dx_1$$

$$K(x_1, x_3) = \frac{ik}{4\pi F}\int \exp[ik\{x_3^2 - 2x_2(x_3 + x_1) - x_1^2\}/4F]G(x_2)dx_2. \qquad (4)$$

Для широкоапертурного резонатора с большим числом Френеля интеграл (4) можно оценить методом перевала [14], используя приближение широкой диафрагмы

$$G = G_0\{1 - x^2/d^2\}.$$

При условии малых изменений поля за один проход через резонатор, в пренебрежении апертурным сдвигом частоты [10], это уравнение сводится к уравнению типа Колмогорова–Петровского–Пискунова с дискретным временем n [9, 11]:

$$E_{n+1}(x_3) = G_0 f_{abs}\{E_n(x_3)\} + G_0(4f/kd)^2 \frac{\partial^2 E_n}{\partial x^2}$$

$$f_{abs}\{E_n(x_3)\} = (\alpha - 1)E(1 - \beta E^2) + E; \;\; G_0\alpha < 1; \;\; \beta = \sigma T_1. \quad (5)$$

Для стационарных решений, разлагая $f_{abs}\{E_n(x)\}$ в ряд в предположении малой нелинейности, имеем

$$E_{n+1}(x) = E_n(x) = E_{stat}(x)$$

$$E_n[G_0\alpha - 1]\{1 - \sigma T_1 E_n^2\} + G_0(4F/kd)^2 \frac{\partial^2 E_n}{\partial x^2} = 0 \quad (6)$$

$$E_{stat}(x) = \sqrt{\frac{2}{\sigma T_1}} \operatorname{sech}\left[\frac{xkd}{4F}\sqrt{\frac{(1-\alpha G_0)}{G_0}}\right].$$

Таким образом, предлагаемый подход позволяет получить точное решение в виде частицеподобного возбуждения электромагнитного поля – автосолитона. Как и в работе [6], необходимым условием существования локализованного решения оказался пороговый характер нелинейности, приводящий к жесткому включению генерации ($G_0\alpha < 1$). Аналогичным образом получается двумерная версия уравнения (4):

$$E_{n+1}(x) = G_0 f_{abs}\{E_n(x)\} + G_0(4f/kd)^2 \Delta_\perp E_n. \quad (7)$$

Стационарные решения уравнения (7) представляют собой "таунсовские" моды [15], которые в среде с насыщением нелинейности, в отличие от керровского диэлектрика, могут быть устойчивы и в двумерном случае [16]. Более подробное исследование автосолитонных решений уравнений (4) и (7) будет опубликовано в другой работе.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Захаров В. Е., Шабат А. Б. ЖЭТФ, **61**, N 7, 118 (1971).

[2] Аскарьян Г. А. ЖЭТФ, **42**, 1568 (1962).

[3] Захаров В. Е., Манаков С. В., Новиков С. П., Питаевский Л. П. Теория солитонов. М., Наука, 1980.

[4] Кернер Б. С., Осипов В. В. Автосолитоны. М., Наука, 1991; УФН, **157**, 201 (1989).

[5] Adachihara H. A., Mc Laughling D. V., Moloney J. V., and Newell A. C. J. Math. Phys., **29**, 63 (1988).

[6] Розанов Н. Н., Федоров А. В., Федоров С. В., Ходова Г. В. ЖЭТФ, **107**, 376 (1995).

[7] Беспалов В. И., Таланов В. И. Письма в ЖЭТФ, **3**, 471 (1966).

[8] Haus H. A. Appl. Phys., **46**, N 7, 3049 (1975).

[9] Окулов А. Ю., Ораевский А. Н. Труды ФИАН, **187**, 202 (1988).

[10] Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., Сов. Радио, 1966; Siegman A. E. Lasers. Mill Valley, Univ. Sci. Books, 1986.

[11] Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г. Автоволновые процессы. М., Наука, 1987, с. 82.

[12] Ахманов А. С., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М., 1981, с. 201.

[13] Jiang W., Derickson D. J., and Bowers J. E. IEEE J. Quantum Electron., **29**, 1309 (1993).

[14] Федорюк М. В. Асимптотика, интегралы и ряды. М., Наука, 1987.

[15] Chaio R. Y., Garmire E., and Townes C. Phys. Rev. Lett., **13**, 478 (1965).

[16] Вахитов Н. Г., Колоколов А. А. Изв. Вуз. Радиофизика, **16**, 1020 (1973).

Поступила в редакцию 5 февраля 1999 г.