Краткие сообщения по физике № 11-1988 г.

УДК 534. 222

ВТОРАЯ ГАРМОНИКА ЗВУКА В МЕЛКОМ МОРЕ

Е.А. Заболотская

Вычислено установившееся поперечное распределение второй гармоники монохроматической акустической волны, генерируемой в слое жидкости, находящейся между абсолютно жесткой и мягкой границами.

Все природные среды (океан, атмосфера, прибрежная зона) по своим акустическим свойствам являются слоистыми /1–3/. Распространение волн конечной амплитуды в волноводах и слоистых средах исследовано недостаточно полно. При изучении нелинейных эффектов в волноводах интересовались, главным образом, параметрическим усилением и генерацией комбинационных волн.

В данной работе найдено установившееся поперечное распределение второй гармоники монохроматического акустического сигнала, распространяющегося в слое жидкости, ограниченной абсолютно жесткой стенкой с одной стороны и свободной поверхностью с другой. Анализ проведен на основе приближенного уравнения, предложенного в /4/, в предположении, что возбуждается одна мода основной волны.

Плоский волновод, образованный акустически мягкой границей и жесткой стенкой, представляет собой простейшую модель мелкого моря /1/. При увеличении интенсивности излучаемого звука необходимо учитывать нелинейные эффекты: генерацию второй гармоники и комбинационных волн.

Распространение второй гармоники в слое определяется решением неоднородного волнового уравнения /4/

$$c^{-2}\,\partial^2 p/\partial t^2 - \Delta p = q. \qquad (1)$$

Здесь p – звуковое поле второй гармоники, c – скорость звука в свободном пространстве. Правая часть (1) определяется полем основной компоненты:

$$q = \frac{\rho_0}{2}\,\Delta(v_1^2 - p_1^2/\rho_0^2 c^2) - \frac{a}{2}\,\frac{\partial^2 p_1^2}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\,\frac{\partial}{\partial t}\,\mathrm{div}\,p_1 v_1, \qquad (2)$$

где p_1 и v_1 – звуковое давление и колебательная скорость сигнала, ρ_0 – равновесная плотность жидкости, $a = \partial^2\rho/\partial p^2$. Величины ρ_0, c и a предполагаются постоянными в слое. Для гармонического сигнала выражение (2) принимает вид:

$$q = -(1/2\rho_0\omega^2)\Delta(\nabla p_1)^2 + (1/2\rho_0 c^2)\Delta p_1^2 + 2a\omega^2 p_1^2. \qquad (3)$$

Допустим, что волна распространяется вдоль оси z, поперечную координату обозначим x. Тогда

$$p_1 = A\exp\,[i(\omega t - k_m z)]\sin\gamma_m x, \qquad (4)$$

где m – номер моды, γ_m – собственные значения оператора $\Delta_\perp$, $k_m = \sqrt{\omega^2/c^2 - \gamma_m^2}$ – продольная компонента волнового вектора. Для рассматриваемого волновода с абсолютно жесткой границей при x = h и свободной поверхностью при $x = 0\gamma_m = (m + 1/2)\pi/h$ /2/.

Для звуковой волны (4) выражение (3) принимает вид:

$$q = (A^2\omega^2/\rho_0 c^4)\,[(\Gamma + 1)\cos 2\gamma_m x - (2c^4/c_{ph}^4 + \Gamma - 1]\exp[2i(\omega t - k_m z)]. \qquad (5)$$

Здесь Γ – показатель адиабаты в эмпирическом уравнении состояния Тэта /5/, c_{ph} – фазовая скорость возбуждаемой моды, $k_m = \omega/c_{ph}$.

Решение уравнения (1) с правой частью (5) строим методом вариации постоянных. Граничное условие для второй гармоники имеет вид: $p = 0$ при $x = 0$; $\partial p/\partial x = 0$ при $x = h$. В результате получаем следующее выражение для амплитуды второй гармоники:

$$P = (A^2\omega^2/4\rho_0 c^4 \gamma_m^2)\,[(2c^4/c_{ph}^4 + \Gamma - 1)(1 - \cos 2\gamma_m x) - (\Gamma + 1)(x - h)\gamma_m \sin\gamma_m x]. \qquad (6)$$

Поле второй гармоники выражается через P следующим образом: $p = P\exp[2i(\omega t - k_m z)]$. Для анализа поперечного распределения введем безразмерные переменные $y = x/h$, $\beta = \omega/\omega_c$, где ω_c – критическая частота m-ой моды. Тогда выражение (6) для воды, где $\Gamma = 7$ /5/, можно представить в виде

$$F(y, \beta, m) = 2\rho_0 c^2 P/A^2 = \beta^2\,[(3 - (1 - 1/\beta^2)^2)(1 - \cos(2m + 1)\pi y) - - 2\pi(2m + 1)(y - 1)\sin(2m + 1)\pi y]. \qquad (7)$$

Поперечные распределения второй гармоники изображены для m = 0 и 1 на рис. 1 для различных частот сигнала. Пунктиром изображено поперечное распределение соответствующей моды основной компоненты. Вычисления показали, что при изменении β от 1,1 до 10 максимальное значение второй гармоники возрастает почти в 100 раз. Это связано с ослаблением дисперсии при удалении от критической частоты.

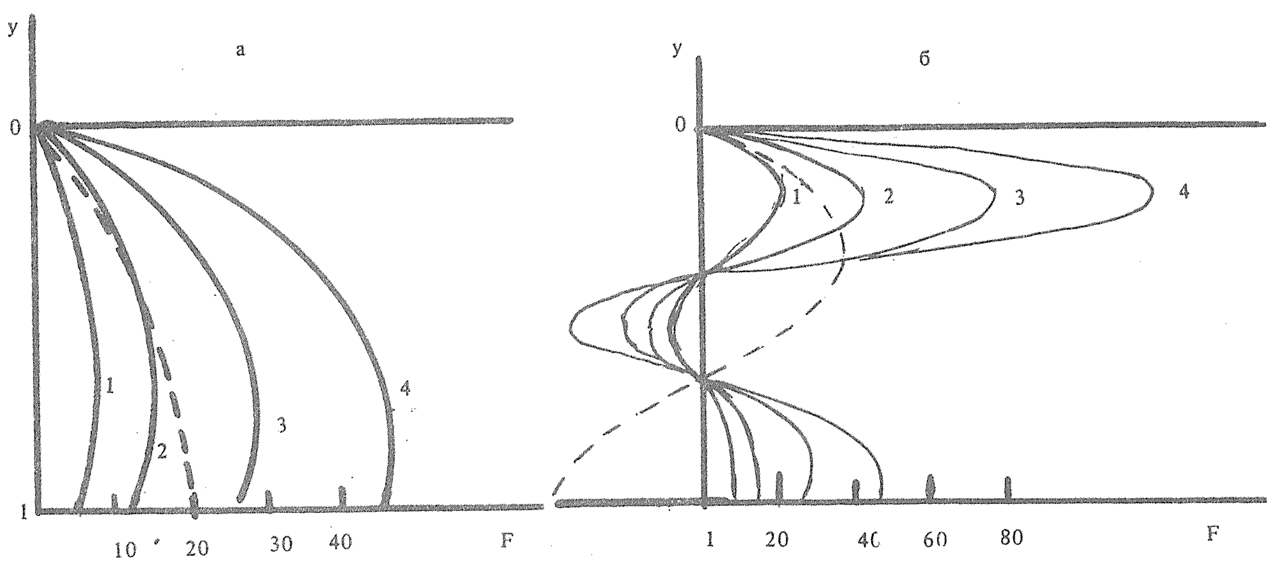

Рис. 1. Поперечные распределения второй гармоники для m = 0 (а) и m = 1 (б) при $\beta = 1{,}1$ (1); 1,5 (2); 2 (3); 2,5 (4). Пунктир относится к основной компоненте.

Выражение (6) (или в безразмерном виде (7)) представляет собой частное решение неоднородного уравнения (1) и характеризует вынужденную часть второй гармоники. Для нахождения общего решения надо построенное выше частное решение сложить с решением однородного волнового уравнения. Общее решение должно удовлетворять условию на входе волновода: $p = 0$ при $z = 0$. Решение однородного уравнения определяет собственную часть второй гармоники, затухающую в реальных средах, обладающих диссипацией, не учтенной здесь. Вынужденная часть существует всегда, пока есть основная компонента. Поэтому в реальных средах вынужденная часть является определяющей.

Автор благодарна Ф.В. Бункину за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л., Гидрометеоиздат, 1982.
2. Клей К., Медвин Г. Акустическая океанография. М., Мир, 1980.
3. Исакович М. А. Общая акустика, М., Наука, 1973.
4. Заболотская Е. А., Шварцбург А. Б. Акустический журнал, 34, № 5 (1988).
5. Зарембо Л. К., Красильников В. А. Введение в нелинейную акустику. М., Наука, 1966.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 29 июня 1988 г.