

**ЭФФЕКТИВНАЯ ОБЛАСТЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ КАУСТИК
(ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)**

А.А. Асатрян, Ю.А. Кравцов, В.С. Филинов

Путем приближенного численного расчета континуального фейнмановского интеграла показано, что область, существенная для формирования поля, определяется френелевскими масштабами лучей, проходящих в точку наблюдения. В окрестности каустик френелевский объем луча имеет ширину, сравнимую с шириной каустической зоны.

В данной работе численно исследована область формирования поля при наличии каустик. Поле представлено в виде интеграла Фейнмана, расчет которого выполнен с помощью метода, описанного в [1, 2].

При распространении в двумерном пространстве с линейным законом изменения диэлектрической проницаемости $\epsilon = 1 - \epsilon_1 z$ плоская волна отражается от простой каустики [3], уравнение которой $z_k = k \cos^2 \theta / \epsilon_1$. Здесь k — волновое число, θ — угол падения плоской волны (рис. 1), все координаты нормированы в дальнейшем на волновое число, например, $kx \rightarrow x$, $kz \rightarrow z$. Можно показать, что данная задача эквивалентна задаче о распространении в параболическом приближении двух гауссовых пучков, расположенных на экстремальных лучах, проходящих в точку наблюдения P , с полуширинами порядка френелевских радиусов.

Рис. 1. Падение плоской волны на линейный слой.

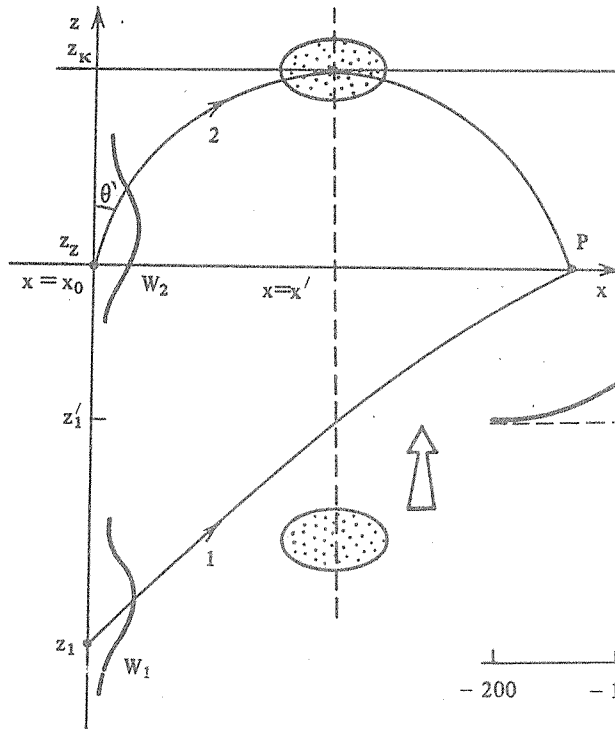
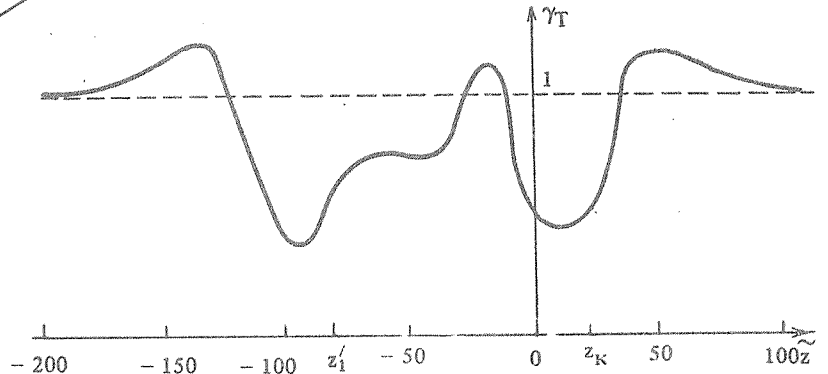


Рис. 2. Зависимость степени локализации γ_T от нахождения центра преграды \tilde{z} .



На рис. 2 и 3 приведены результаты численного эксперимента, суть которого заключается в следующем. Начальное распределение поля в плоскости $x = x_0$ подвергалось пространственной фильтрации, а именно, на пути волны располагались два гауссовых окна $T_j = \exp[-(z - \tilde{z}_j)^2/W_j^2]$, $j = 1, 2$, "согласованных" с лучами в том смысле, что центры \tilde{z}_j окон находились у точек выхода лучей (рис. 1), приходящих в точку наблюдения P , а их ширины $W_{1,2}$ соизмеримы с френелевскими масштабами $a_{f1,2}$, рассчитанными по рецептам, приведенным в /3, 4/. Было принято: $W_1 = 0,4a_{f1}$, $W_2 = 0,3a_{f2}$, общая длина трассы $x - x_0 = 500$ (т.е. $500/2\pi \approx 80$ длин волн), $k/\epsilon_1 = 638$, $\cos\theta = 0,2$.

В силу ограниченности машинного времени выбирались небольшие ширины окон, обеспечивающие невысокую точность аппроксимации исходной задачи. Внесение окон изменило поле в точке наблюдения примерно на 30%. С увеличением ширины W_1 и W_2 в 1,5 раза возмущения поля ослабевали и наличие окон приводило бы к погрешности $\sim 10\%$. Таким образом, область формирования поля в плоскости $x = x_0$ определяется френелевскими масштабами лучей a_{f1} и a_{f2} .

Для выявления области формирования поля в плоскости $x' = 250$, пересекающей точку касания каустики вторым лучом (рис. 1), на пути волны ставилось объемное поглощающее препятствие с мнимой диэлектрической проницаемостью вида

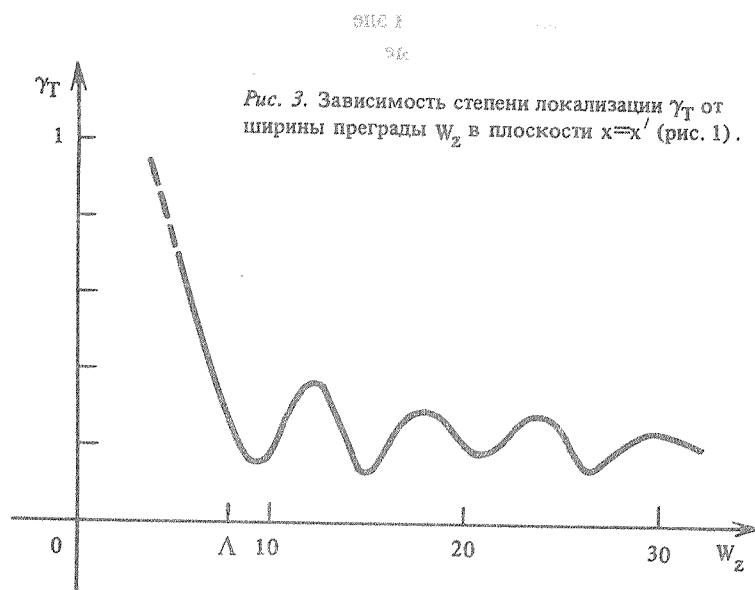
$$\epsilon'' = i \cdot 0,02 \exp[-(x - x')^2/W_x^2 - (z - \tilde{z})^2/W_z^2]$$

с размерами $W_z = 12$ и $W_x = 40$. Выбор масштабов W_z и W_x производился из условия компромисса между быстродействием ЭВМ ЕС-1000-61 и возможностью локализовать область формирования с приемлемой точностью.

Область формирования поля в плоскости $x = x'$ удобно характеризовать при помощи степени локализации луча $\gamma_T = |V_T/V|^2$, введенной в работах /5, 6/, где V_T — величина возмущенного поля, V — величина невозмущенного поля.

На рис. 2 приведена зависимость отношения γ_T интенсивностей возмущенного поля к интенсивности невозмущенного поля от нахождения места возмущения \tilde{z} . Как видно из рисунка, поле в точке наблюдения P , координаты которой $x - x_0 = 500$, $z = 0$, "чувствует" наличие возмущения, когда оно существенно входит во френелевский объем одного из лучей. Аналитическое вычисление интеграла Кирхгофа с использованием метода стационарной фазы дает аналогичные результаты.

На рис. 3 приведена зависимость γ_T от W_z , когда центр возмущения \tilde{z} совпадает с точкой выхода луча 2 из плоскости $x = x'$, т. е. на самой каустике. Результаты численного расчета свидетельствуют, что на каусти-



ке френелевский объем имеет "перетяжку" порядка ширины каустической зоны $\Lambda = (k/\epsilon_1)^{1/3} = 8,6$, отвечающей расстоянию от каустики до первого максимума функции Эйри. Отношение поперечного масштаба W_2 гауссова пучка 2 в начальной плоскости $x = x_0$ к ширине каустической зоны Λ составило $W_2/\Lambda = 1,6$. Этому отношению параметров отвечало падение поля до уровня 0,3 относительно распространения волны без преграды.

Полученный результат следует рассматривать как подтверждение того, что в окрестности каустики область формирования поля практически совпадает с шириной каустической зоны Λ . Наличие такой каустической перетяжки было предсказано в работе /7/ (см. также /3, 4/).

В работе /8/ отмечалась важная роль ширины каустической зоны Λ для формирования условий применимости интегральных представлений поля типа

$$\Lambda |\partial F / \partial l| \ll F, \quad (1)$$

где дифференцирование производится в направлении поперек каустики, а F — характеристики волны и среды (коэффициенты перед функцией Эйри, амплитуды в масловском представлении и др.). Эти условия требуют медленности изменения величин F в масштабе Λ . Учитывая, что Λ играет роль френелевского размера в окрестности каустики, можно заключить, что условия применимости типа (1) имеют френелевский смысл.

Таким образом, существенная область формирования поля при наличии каустики определяется френелевскими объемами лучей, приходящих в точку наблюдения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филинов В. С. ЖВМиМФ, 26, 35 (1986).
2. Filinov V. S. Nuclear Phys., B271, 717 (1986).
3. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред, М., Наука, 1980.
4. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. УФН, 132, 475 (1980).
5. Asatryan A. A., Kravtsov Yu. A. Wave Motion, 10, 45 (1988).
6. Асатрян А. А., Кравцов Ю. А. Радиотехника и электроника, 32, 984 (1988).
7. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. В сб. Современные проблемы распространения и рассеяния волн, М., ИРЭ АН СССР, 1979, с. 76.
8. Грошев В. Я., Кравцов Ю. А. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 11, 1812 (1968).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 29 июня 1988 г.