Краткие сообщения по физике № 11-1988 г.

УДК 533.9

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ СЛАБОНЕИДЕАЛЬНОЙ, ПЕРЕОХЛАЖДЕННОЙ ПЛАЗМЫ

С.А. Майоров, А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Методом динамики многих частиц анализируется зависимость термодинамических величин (плотности, температуры, заряда ионов) от времени и параметров полностью ионизованной плазмы. Показано, что установление этих величин происходит за время порядка времени пролета межчастичного расстояния, а их зависимость от параметров плазмы хорошо описывается дебаевской теорией.

Рассматривая термодинамические параметры плазмы, обычно имеют в виду плазму с равновесной степенью ионизации. Однако для широкого круга приложений интерес представляют термодинамические характеристики переохлажденной (т.е. рекомбинационно-неравновесной, но еще не прорекомбинировавшей) плазмы /1, 2/. При этом следует ориентироваться на такие значения плотности и температуры, при которых время рекомбинации намного превосходит время формирования термодинамических параметров (в частности – время установления дебаевского экранирования /3, 4/).

Интерес представляет также и характер зависимости термодинамических параметров и критерия идеальности от среднего заряда ионов плазмы. Дело в том, что обычно используют условие идеальности, следующее из малости энергии *ион-нуклонного* взаимодействия; однако уже обращалось внимание /5, 2/, что дебаевские поправки к термодинамическим величинам становятся существенными лишь тогда, когда перестает быть малой энергия *электрон-ионного* взаимодействия.

Термодинамические характеристики плазмы исследовались путем анализа численных решений уравнений динамики многих частиц /6/. Общая постановка задачи и метод решения описаны в /7, 4/. Решались уравнения Ньютона для zn отрицательных заряженных частиц (электронов) и n положительно заряженных частиц с массами, соответствующими элементам с порядковым номером z. В расчетах: $z = 1, 2, 3, 10$; $n = 27, 64, 125, 512, 1024$. При моделировании ион-ионной (i-i) плазмы ($z = 1$) массы отрицательных и положительных частиц брались равными массе атома водорода. Рассматривался куб со стенками, идеально отражающими частицы, но полностью проницаемыми для полей. Длина ребра куба a выбиралась такой, чтобы обеспечить нужную плотность ионов $N_i = n/a^3$ и электронов $N_e = zn/a^3$.

Реализованный метод решения уравнений Ньютона существенно отличается от обычно используемых процедур /6/. Он ориентирован на поиск фундаментальных закономерностей в кинетике кулоновских систем. Вводились внешние и внутренние шаги по времени. На внутренних шагах учитывалось изменение силы, действующей со стороны двух ближайших соседей разных знаков, а сила, воздействующая со стороны всех прочих частиц, считалась либо постоянной, либо (в другой модификации алгоритма) линейно зависящей от времени.

Использовалась разностная схема второго порядка точности. При малых расстояниях между частицами $r < r_0 = 0{,}01N_i^{-1/3}$ сила парного взаимодействия частиц ограничивалась сверху. Начальные значения задавались с помощью генератора псевдослучайных чисел: координаты и направления скоростей – случайными; кинетическая энергия – в соответствии с максвелловским распределением при температуре T.

Из термодинамических величин вычислялись: средняя по времени энергия кулоновского взаимодействия частиц (на одну частицу) $\overline{U}$ и давление p.

Используя теорему Клаузиуса о вириале /8/, можно показать, что между давлением p и средней энергией кулоновского взаимодействия $\overline{U}$ имеет место следующая связь: $p/ZN_iT - 1 = \overline{U}/3T$, где $Z = z + 1$ – спектроскопический символ иона. Это позволяет приводить результаты расчетов лишь для $\overline{U}$.

Исходя из общих формул работ /9, 10/, можно получить следующие выражения для разложения средней статистической энергии кулоновского взаимодействия U_Z по параметру $\delta_{ei} = z^3(z+1)e^6N_i/T^3$, характеризующему идеальность плазмы по e-i взаимодействию:

$$\frac{U_Z}{(3/2)\,ZN_iT} = -\frac{2}{3}\sqrt{\pi\delta_{ei}} + 2\pi\delta_{ei}\,\frac{(z-1)^2}{z}\left(\frac{7}{2} - 2\gamma - \frac{1}{6}\ln 4\pi - \frac{1}{3}\,\frac{z^2+1}{z^2-1}\ln z - \frac{1}{6}\ln\delta_{ei} + C\right). \qquad (1)$$

Здесь C – некоторая безразмерная константа, полученная в результате обрезания расходящегося интеграла, ниже полагается C = 0. Параметр δ_{ei} связан со средним числом частиц в дебаевской сфере соотношением $n_D = 1/\sqrt{36\pi\delta_{ei}}$; при $n_D \lesssim 1$, $\delta_{ei} < 1$ будем считать плазму слабонеидеальной.

В системе с конечным числом частиц в конечном объеме средняя потенциальная энергия, приходящаяся на частицу, содержит члены порядка $U_a \sim ze/a$. Если считать заряды равномерно распределенными по шару, то на частицу с зарядом ze действует некомпенсированный средний потенциал

$$U_a = -2ze(36\pi N_i/125n)^{1/3}. \qquad (2)$$

Из расчетов временных зависимостей потенциальной энергии (рис. 1) следует, что характерное время релаксации ее средней величины порядка времени пролета межчастичного расстояния ($\tau_i = \sqrt{m_i/2T}\cdot N_i^{-1/3}$ для i-i плазмы; $\tau_e = \sqrt{m_e/2T}\cdot N_e^{-1/3}$ для e-i плазмы). При больших временах наблюдения за системой ($t \gg \tau_i$) величина $\bar{U}$ хорошо описывается дебаевской теорией (рис. 2). Отклонение от нее в области малых плотностей (рис. 2а) обусловлено конечностью рассматриваемого объема; эта область хорошо описывается формулой (2). В плазме с $z > 1$ поправки (1) порядка δ_{ei}, следующие из теории /9, 10/, не описывают реальную ситуацию.

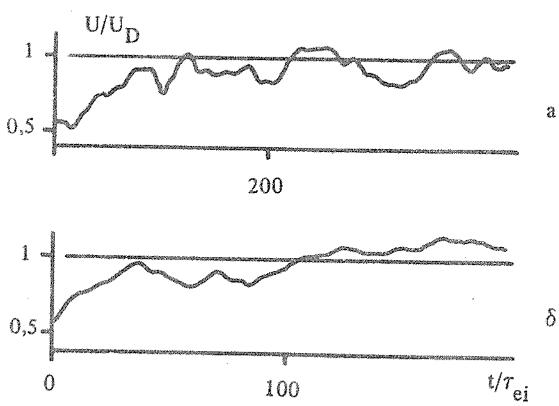

Рис. 1. Зависимость от времени потенциальной энергии, приходящейся на частицу, для ион-ионной (а) плазмы и плазмы водорода (б). Время измеряется в единицах пролета электроном межионного расстояния. Параметры плазмы и расчетов: T = 4 эВ, 1 эВ; $N_i = 3{,}2\cdot10^{19}$ см$^{-3}$, 10^{19} см$^{-3}$; $\delta_{ei} = 3\cdot10^{-3}$, $6\cdot10^{-2}$; 2n = 1024, 250 для i-i и H-плазмы соответственно.

Выводы. 1. Характерное время установления термодинамических величин согласуется со временем установления дебаевского экранирования и составляет величину порядка времени пролета межчастичного расстояния.

2. Как в i-i, так и в e-i плазме средняя энергия кулоновского взаимодействия хорошо описывается теорией Дебая – Хюккеля вплоть до $\delta_{ei} \sim 0{,}3$, когда в дебаевской сфере в среднем находится существенно менее одной частицы ($n_D \ll 1$).

3. Условие идеальности термодинамических характеристик плазмы многозарядных ионов определяется параметром электрон-ионного взаимодействия δ_{ei}, а не параметром ион-ионного взаимодействия $\delta_{ii} \approx z^2\delta_{ei}/2$, 5/.

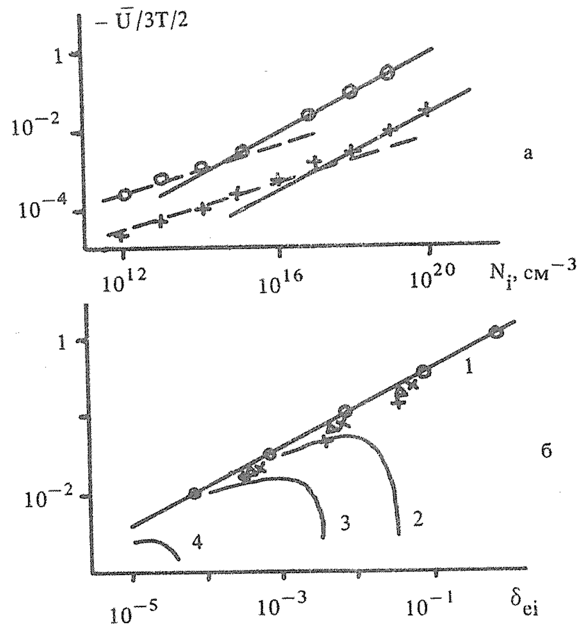

Рис. 2. Зависимость средней потенциальной энергии $u = \bar{U}/(3T/2)$, приходящейся на одну частицу, от плотности ионов N_i и параметра идеальности $\delta_{ei} = z^3(z+1)e^6 N_i/T^3$: а) i-i-плазма, T = 1 эВ (●), 10 эв (+); сплошная прямая соответствует $U_D = -T\sqrt{\pi\delta_{ei}}$, штрих-пунктирная – $U_a = -T(36\pi N_i/125n)^{1/3}$; б) о – Н-плазма, $z = 1$, $2n = 250$, $t = 1000\,\tau_{ei}$; х – Не-плазма, $z = 2$, $3n = 375$, $t = 200\,\tau_{ei}$; △ – Li-плазма, $z = 3$, $4n = 500$, $t = 200\,\tau_{ei}$; + – Ne-плазма, $z = 10$, $11n = 704$, $t = 200\,\tau_{ei}$; кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют $u = U_D$ и U_z при $z = 2, 3, 10$.

4. Поправки порядка δ_{ei} дают неадекватный вклад в энергию кулоновского взаимодействия даже при $\delta_{ei} \ll 1$, $\bar{U} \ll 3T/2$. По-видимому, соответствующие члены разложения справедливы, если они малы по сравнению с U_D. Возможно также, что для установления процессов, приводящих к поправкам $\sim \delta_{ei}$, потребуется время, сравнимое со временем рекомбинации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М., Атомиздат, 1978.
2. Держиев В. И., Жидков А. Г., Яковленко С. И. Излучение ионов в неравновесной плотной плазме. М., Энергоатомиздат, 1986.
3. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 33 (1987); Письма в ЖТФ, 14, 354 (1988).
4. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Препринт ИОФАН № 342, М., 1987.
5. Держиев В. И., Жидков А. Г., Яковленко С. И. Препринт ИОФАН № 266, М., 1985.
6. Хокни Р., Иствуд Д. Численное моделирование методом частиц. М., Мир, 1987.
7. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Препринт ИОФАН № 90, М., 1987; ДАН СССР, 299, 106 (1988).
8. Задачи по термодинамике и статистической физике. Под ред П. Ландсберга. М., Мир, 1974, с. 305.
9. Веденов А. А., Ларкин А. И. ЖЭТФ, 36, 1133 (1959).
10. Веденов А. А. в сб. Вопросы теории плазмы. Под ред. М.А. Леонтовича. М., Госатомиздат, 1963.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 8 июля 1988 г.