Краткие сообщения по физике № 12-1988 г.

УДК 537 312.62

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАРЯДА ТУННЕЛЬНЫХ КОНТАКТОВ МАЛОЙ ЕМКОСТИ

А.Д. Заикин, И.Н. Косарев

Получено аналитическое решение задачи об определении зарядовой функции распределения для нормальных туннельных контактов малой емкости в режиме некоррелированного туннелирования электронов.

В последнее время интенсивно исследуются свойства туннельных контактов малой емкости. Важную роль здесь играет дискретный характер переноса заряда, который обуславливает существование в таких системах ряда качественно новых эффектов /1–5/; некоторые из них уже наблюдались экспериментально /6, 7/.

В настоящей работе исследуется поведение стационарной функции распределения заряда $W(Q)$ нормальных туннельных контактов малой емкости или, иначе говоря, поведение диагонального элемента матрицы плотности системы в зарядовом представлении /1/. При температуре $T = 0$ и достаточно большом квазичастичном сопротивлении туннельного контакта $R_T \gg R_Q = \pi/2e^2 \cong 6{,}5$ кОм функция $W(Q)$ удовлетворяет уравнению /1/

$$I e \tau_T \frac{dW(Q)}{dQ} = (Q + e/2)\,\Theta(Q + e/2)\,W(Q + e) - (Q - e/2)\,\Theta(Q - e/2)\,W(Q);$$
$$W(Q) \equiv 0, \qquad Q \leqslant -e/2 \tag{1}$$

и условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} W(Q)\,dQ = e, \tag{2}$$

где I – внешний ток через контакт; $\tau_T = R_T C$; C – емкость туннельного контакта; e – заряд электрона; $\Theta(x)$ – тэта-функция Хевисайда.

При малых значениях внешнего тока $I \ll e/\tau_T$ (точнее, $I \ll e/8\tau_T$ /3, 4/) решение (1), (2) получено в работе /1/. Эта область параметров соответствует режиму так называемых одноэлектронных осцилляций напряжения /1/, возникающих в результате наличия сильных корреляций в движении отдельных электронов в непосредственной близости от туннельного контакта. Вследствие таких корреляций туннелирование электронов при наличии слабого внешнего тока происходит периодически во времени, что и приводит к осцилляциям напряжения с частотой $\omega_s = 2\pi I/e$. При $I \sim e/8\tau_T$ указанные корреляции разрушаются, так что при $I \gg e/\tau_T$ (а фактически уже при $I \gtrsim e/\tau_T$) одноэлектронные осцилляции отсутствуют, а вольт-амперная характеристика системы выходит на асимптотику /1/:

$$V = IR_T + e/2C. \tag{3}$$

Исследуем функцию распределения $W(Q)$, соответствующую режиму (3).

Введем безразмерные переменные $x = Q/e$, $\beta = e/I\tau_T$ и будем искать функцию $W(x)$ в виде

$$W(x) = y(x)\exp[-\beta(x-1/2)^2\Theta(x-1/2)/2]. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (1), находим

$$dy(x)/dx = (x+1/2)\beta\exp(-\beta x)y(x+1), \quad x \geqslant -1/2, \quad y(-1/2)=0. \tag{5}$$

Решения дифференциально-разностного уравнения (5) могут быть найдены аналитически в различных областях изменения x. В пределе $\beta x \gg 1$ функция $y(x)$ стремится к константе. Рассматривая временную эволюцию зарядовой функции распределения, нетрудно показать, что практически при любых начальных условиях функция $y(x)$ в области достаточно больших времен близка к единице. В результате имеем

$$W(x) \cong \exp[-\beta(x-1/2)^2/2], \quad \beta x \gg 1. \tag{6}$$

При значениях, достаточно близких к среднему значению $\bar{x} = \beta^{-1} + 1/2$, решение (5) может быть представлено в виде

$$y(x) = A\exp(x + \sum_{n=2}^{m} c_n(x-\bar{x})^n), \quad |x-\bar{x}| \ll \beta^{-1}, \tag{7}$$

где m – некоторый номер $m \gtrsim \ln(1/\beta)$, A – нормировочная постоянная. Значения коэффициентов $c_n \sim \beta^{n-1}$ легко определяются непосредственной подстановкой (7) в (5). В частности, в главном приближении по параметру β находим: $c_2 = -\beta/2$, $c_3 = -\beta^2/6$. С учетом соотношений (2), (4), (7) вычислим функцию $W(x)$ в пределе $|x-\bar{x}| \ll 1/\beta$. При $|x-\bar{x}| \lesssim \beta^{-3/4}$ получаем

$$W(x) = \sqrt{\beta/\pi}\exp(-\beta(x-\bar{x})^2 - \beta^2(x-\bar{x})^3/6). \tag{8}$$

Если параметр β настолько мал, что имеет смысл рассматривать интервал $\beta^{-3/4} \lesssim |x-\bar{x}| \ll 1/\beta$, следует принять во внимание также следующие члены ряда (7) $(n \geqslant 4)$, опущенные в формуле (8). В соответствии с (8) функция распределения $W(x)$ является гауссовой при $|x-\bar{x}| \ll 1/\beta$ и обладает дисперсией $\delta x \sim \beta^{-1/2}$. Это обстоятельство позволяет вычислить нормировочную постоянную A и найти выражение для $W(x)$ также в той области, где эта функция заметно отклоняется от гауссовой.

При $\bar{x} - x \gtrsim 1/\beta$ сравнительно плавный закон изменения $W(x)$ (8) сменяется резким спаданием этой функции при уменьшении x. Для нахождения решения (5) при $\beta x \ll 1$ используем метод контурных интегралов Лапласа, т.е. представим $y(x)$ в виде

$$y(x) = \int_\Gamma v(p)\exp(px)\,dp, \tag{9}$$

где Γ – некий контур в плоскости комплексного переменного p. Если контур Γ такой, что обращается в нуль внеинтегральная подстановка

$$v(p)\exp(px+p)|_\Gamma = 0,$$

то функция $v(p)$ имеет вид

$$v(p) = \exp(S(p)), \quad S(p) = -p/2 + [(p+1)/\beta]\exp(-p), \tag{10}$$

и задача сводится к вычислению интегралов в (9), (10).

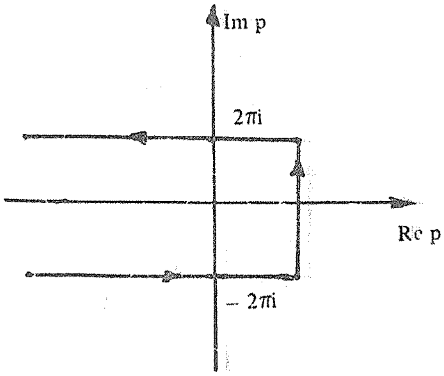

Рис. 1. Контур интегрирования в уравнении (9).

Нетрудно убедиться, что в качестве искомого контура Г можно выбрать контур, изображенный на рис. 1. Для вычисления интеграла (9), (10) по этому контуру применим метод перевала, справедливый при достаточно малых значениях параметра β. Перевальные точки определяются уравнением $\partial S/\partial p_j = -x$. Согласно /8/ при $x \neq 1/2$ существует контур Γ^*, эквивалентный Г, и такой, что максимум величины $\mathrm{Re}(S(p) + px)$ при $x \in \Gamma^*$ достигается только в точках перевала p_j. Следовательно, интеграл по такому контуру равен сумме вкладов от этих точек. Для граничных условий к уравнению (5) вклад в (9), (10) будет давать лишь точка перевала с максимальным значением $\mathrm{Re}p_j$. В результате находим

$$y(x) = \frac{B}{\sqrt{x-1/2}} \quad \frac{e}{\beta(x-1/2)} \ln \left[\frac{1}{\beta(x-1/2)}\right]^{x-1/2}, \quad 1 \ll x \ll 1/\beta, \tag{11}$$

где B – константа. В областях $x \lesssim 1$ и $x \sim 1/\beta$ решение (5) можно представить в виде

$$y(x) = aB\left[\frac{z_1(x)}{\beta} \ln(1/\beta)\right]^{x-1/2}, \quad x \lesssim 1; \quad y(x) = \frac{B}{\sqrt{x-1/2}} \left[\frac{e\, z_2(x)}{\beta(x-1/2)}\right]^{x-1/2}, \quad x \lesssim 1/\beta, \tag{12}$$

где $a \sim 1$ и функция $z_1(x) \sim 1$ при $x \lesssim 1$, а $z_2(\bar{x}) = 1$ и $z_2(x) \sim 1$ при $x \sim 1/\beta$. Определение точного вида $z_2(x)$ связано с решением соответствующего дифференциально-разностного уравнения и не представляет особого интереса. Важно лишь, что функция $z_2(x)$ ведет себя таким образом, что решение (12) переходит в (11) при $x \ll 1/\beta$ и в (7) при $\bar{x} - x \ll 1/\beta$. Это позволяет нам найти величину константы B, которая равна

$$B = \pi^{-1/2} \exp(-1/2\beta). \tag{13}$$

Также не представляет особого интереса нахождение функции $z_1(x)$ при $x \lesssim 1$. Сшивка (12) с (11) при $x \sim 1$ позволяет найти $y(x)$ в области $x \lesssim 1$ с точностью до числа порядка единицы. В частности, при $x = 1$ имеем /5/

$$W(1) = b\left[(1/\beta)\ln(1/\beta)\right]^{1/2} \exp(-1/2\beta), \quad b \sim 1.$$

При $1/2 + x \ll 1$ находим

$$y(x) = \frac{\beta a B}{[\ln(1/\beta)]^2} \left\{1 + [(1/2 + x)\ln(1/\beta) - 1]\,(\ln(1/\beta)/\beta)^{x+1/2}\right\}. \tag{14}$$

Итак, в настоящей работе получено аналитическое выражение для функции распределения заряда в туннельных контактах малой емкости при наличии достаточно большого внешнего тока $I \gg e/\tau_T$, которое дается формулами (4), (6), (8), (11)–(14). Указанное решение соответствует режиму некоррелированного туннелирования электронов через контакт (3).

ЛИТЕРАТУРА

1. А в е р и н Д. В., Л и х а р е в К. К. ЖЭТФ, **90**, 733 (1986); J.Low Temp. Phys., **62**, 345 (1986).
2. G u i n e a F., S c h ö n G. Europhys. Lett., **1**, 585 (1986); J. Low Temp.Phys., **69**, 217 (1987).
3. P a n y u k o v S. V., Z a i k i n A. D. Jap. J. Appl. Phys., **26**, Suppl. 26-3, 1403 (1987); Proceedings of the 2nd Soviet–Italian Symposium on Weak Superconductivity, World Scientific, 1987, p. 59.
4. З а и к и н А. Д., П а н ю к о в С. В. ЖЭТФ, **94**, в. 12 (1988); J. Low Temp. Phys., **73**, № 1/2 (1988).
5. Z a i k i n A. D., K o s a r e v I. N. Phys. Lett., **131A**, 125 (1988).
6. К у з ь м и н Л. С., Л и х а р е в К. К. Письма в ЖЭТФ, **45**, 389 (1987).
7. F u l t o n T. A., D o l a n G. J. Phys. Rev. Lett., **59**, 109 (1987).
8. Ф е д о р ю к М. В. Асимптотика: интегралы и ряды. М., Наука, 1987.

Поступила в редакцию 20 июля 1988 г.