Краткие сообщения по физике № 2-1989 г.

УДК 534. 222. 2

ОВФ ЗВУКА В ДВУСЛОЙНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

А.П. Брысев, В.Н. Стрельцов

Рассмотрено стационарное распространение падающей извне плоской акустической волны в системе двух плоскопараллельных ·ОВФ слоев с заданным коэффициентом отражения на границе между ними.

В связи с проблемой ОВФ звука в параметрических средах представляет интерес вопрос о прохождении звуковой волны через границу раздела двух сред с различными акустическими импедансами и параметрическими свойствами. Ниже для случая нормального падения пучка получены общие выражения для прошедшей и отраженной волн и исследована зависимость их амплитуд от параметров слоев. Определены критические значения последних, приводящие к неустойчивости.

Пусть на бесконечный по поперечным координатам двойной плоскопараллельный слой падает нормально плоская акустическая волна частоты ω. Невозмущенные скорости звука в слоях с толщинами l_1 и l_2 считаем соответственно равными c_{01}, c_{02}. Предполагаем, что система находится во внешних полях, так что скорости звука c_1, c_2 испытывают пространственно однородную модуляцию: $c_{1,2} = c_{01,2}(1 + 2\mu_{1,2} \times$ $\times \cos 2\omega t)$. Амплитудный коэффициент отражения на плоскости раздела слоев для первого слоя примем равным $R_1 = R$; тогда для второго слоя $R_2 = -R$. Для стационарного режима уравнения для медленных амплитуд волн, распространяющихся в направлении падающей волны $(U^+_{1,2}(z))$ и навстречу ей $(U^-_{1,2}(z))$, в пренебрежении затуханием имеют вид

$$dU^{+*}_{1,2}/dz = -i\mu_{1,2} k_{1,2} U^-_{1,2}, \quad dU^-_{1,2}/dz = -i\mu_{1,2} k_{1,2} U^{+*}_{1,2}, \tag{1}$$

где $k_{1,2} = \omega/c_{01,2}$. Граничные условия при согласовании входного и выходного импедансов первого и второго слоя имеют вид:

$$\begin{gathered} U^+_1(0) = U_0,\ U^-_1(l_1) = RU^+_1(l_1)e^{-2ik_1 l_1} + (1-R)U^-_2(l_1)e^{il_1(k_2-k_1)}, \\ U^-_2(l_1 + l_2) = 0,\ U^+_2(l_1) = (1+R)U^+_1(l_1)e^{il_1(k_2-k_1)} - RU^-_2(l_1)e^{2ik_1 l_1}, \end{gathered} \tag{2}$$

где U_0 — амплитуда падающей волны на входной границе первого слоя $(z = 0)$. Решение (1), (2) дает следующие выражения для выходных амплитуд $U^+_2(l_1 + l_2)$ и $U^-_1(0)$:

$$\begin{gathered} U^+_2(l_1 + l_2) = (2/\Delta)\,[U_0 e^{il_1(k_2-k_1)}((1 + \mathrm{Re}R)\cos\mathcal{L} + i\,\mathrm{Im}R\cos l) - \\ - iU^*_0 e^{il_1(k_2+k_1)}((|R|^2 + \mathrm{Re}R)\sin l + i\,\mathrm{Im}R\sin\mathcal{L})\,], \\ U^-_1(0) = (1/\Delta)\,[2U_0 e^{-2il_1 k_1}(\mathrm{Re}R\cos(\mathcal{L} + l) + i\,\mathrm{Im}R) + \\ + iU^*_0\,(\sin 2\mathcal{L} - |R|^2\sin 2l - 2i\,\mathrm{Im}R\sin(\mathcal{L} + l))\,]. \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь $\Delta = 1 + \cos 2\mathcal{L} - |R|^2(1 - \cos 2l)$, $\mathcal{L} = \mu_1 k_1 l_1 + \mu_2 k_2 l_2$, $l = \mu_2 k_2 l_2 - \mu_1 k_1 l_1$.

Из (3) следует, что прямая $U_2^+(l_1+l_2)$ и обратная $U_1^-(0)$ волны содержат как компоненты с фазой падающей волны, так и обращенную компоненту ($\propto U_0^*$). В прямой волне обращенная компонента испытывает дополнительный набег фаз, определяемый толщиной первого слоя. Эта компонента для вещественных R возникает лишь при неравных эффективных длинах $(\mu k l)_{1,2}$ слоев, возрастая с увеличением их разности l. В обратной волне обращенная компонента существует и при $l=0$. Условие самовозбуждения в системе отвечает $\Delta=0$ и не зависит от скачка фазы на границе раздела. При фиксированной полной толщине слоя $\mathcal{L}$ необходимое условие самовозбуждения накладывает ограничения на эффективные толщины каждого из слоев: $|R|^{-1}\cos\mathcal{L}\leqslant \max|\sin(\mu_1 k_1 l_1),\ \sin(\mu_2 k_2 l_2)|$. Достаточное условие возбуждения дается равенством $\sin l=\pm|R|^{-1}\cos\mathcal{L}$, которое симметрично относительно перестановки слоев. Далее считаем коэффициент отражения R вещественным и рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Равные эффективные толщины слоев: $2\mu_1 k_1 l_1=2\mu_2 k_2 l_2=\mathcal{L}$. При этом $U_1^-(0)=U_0 e^{-2ik_1 l_1}R/\cos\mathcal{L}+$ $+iU_0^*\operatorname{tg}\mathcal{L}$, $U_2^+(l_1+l_2)=U_0 e^{il_1(k_2-k_1)}(1+R)/\cos\mathcal{L}$, и интерференция волн приводит к гашению обращенной компоненты в прямой волне на выходе второго слоя. Наличие отражения в системе, как и в случае пассивных сред, приводит по сравнению с однородным ОВФ слоем к изменению выходной амплитуды этой волны, определяемому пассивным коэффициентом пропускания $T=1+R$. В обратной волне обращенная компонента остается такой же, как и в однородном слое. Амплитуда необращенной компоненты оказывается пропорциональной R. Условие самовозбуждения имеет такой же вид, как и в отсутствие отражения: $\mathcal{L}=$ $=\pi/2$.

2. Малая эффективная толщина первого слоя : $\mathcal{L}_1=\mu_1 k_1 l_1\ll 1$. Раскладывая (3) в ряд по $\mathcal{L}_1$ и считая $2\mathcal{L}_2\sim 1$, получаем соотношение критических параметров $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, приводящих к самовозбуждению: $(1-2\mathcal{L}_1\sin 2\mathcal{L}_2)(R^2-1)/(R^2+1)=\cos 2\mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_2=\mu_2 k_2 l_2$. Асимметрия в эффективных толщинах слоев приводит к зависимости критических длин от коэффициента отражения. Критическая длина $\mathcal{L}_2$ при фиксированном R монотонно убывает с ростом $\mathcal{L}_1$: линейная по $\mathcal{L}_1$ поправка к $\mathcal{L}_2$ равна: $\Delta\mathcal{L}_2=(R^2-1)(R^2+1)^{-1}\times$ $\times\mathcal{L}_1$. Вдали от порога выходные стационарные амплитуды прямой и обратной волн при небольших коэффициентах отражения можно представить в виде:

$$U_2^+(l_1+l_2)\approx(1/\cos\mathcal{L}_2)\,[U_0 e^{il_1(k_2-k_1)}(1+\mathcal{L}_1\operatorname{tg}\mathcal{L}_2+R^2\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_2+\mathcal{L}_1 R\operatorname{tg}\mathcal{L}_2)-$$

$$-iU_0^* e^{il_1(k_2+k_1)}R((1+R)\operatorname{tg}\mathcal{L}_2+(2\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_2-1)\mathcal{L}_1)],$$

$$U_1^-(0)\approx U_0 e^{-2il_1k_1}(R/\cos^2\mathcal{L}_2)(1+2\mathcal{L}_1\operatorname{tg}\mathcal{L}_2)\cos 2\mathcal{L}_2+$$

$$+iU_0^*(\operatorname{tg}\mathcal{L}_2+(1-\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_2)\mathcal{L}_1-R^2\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_2).$$

3. Малая эффективная толщина второго слоя: $\mathcal{L}_2=\mu_2 k_2 l_2\ll 1$. После разложения (3) в ряд по $\mathcal{L}_2$ вдали от порога находим:

$$U_2^+(l_1+l_2)\approx(1/\cos\mathcal{L}_1)\,[U_0 e^{il_1(k_2-k_1)}(1+\mathcal{L}_2\operatorname{tg}\mathcal{L}_1+R^2\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_1+\mathcal{L}_2 R\operatorname{tg}\mathcal{L}_1)-$$

$$-iU_0^* e^{il_1(k_2+k_1)}R((1+R)\operatorname{tg}\mathcal{L}_1+(2\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_1+1)\mathcal{L}_2)],$$

$$U_1^-(0)\approx U_0 e^{-2il_1k_1}(R/\cos^2\mathcal{L}_2)(1+2\mathcal{L}_2\operatorname{tg}\mathcal{L}_1)+$$

$$+iU_0^*(\operatorname{tg}\mathcal{L}_1+(1-\operatorname{tg}^2\mathcal{L}_1)\mathcal{L}_2-R^2\operatorname{tg}\mathcal{L}_1).$$

Зависимость от $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$ необращенной компоненты в прямой волне и обращенной в обратной такая же, как в п. 2 с заменой $\mathcal{L}_1$ на $\mathcal{L}_2$ соответственно. Линейный по $\mathcal{L}_2$ рост амплитуды обращенной компоненты прямой волны более резкий, чем аналогичный рост по $\mathcal{L}_1$ этой же компоненты в п. 2. Амплитуда необращенной компоненты в $U_1^-(0)$ при малой толщине первого слоя отличается от приведенного здесь значения соответствующей компоненты наличием дополнительной зависимости от толщины наибольшего слоя, определяемой множителем $\cos 2\mathcal{L}_2$.

Остановимся на вопросе о возможности интерференционного гашения отдельных компонент в выходных амплитудах волн. Из (3) следует, что такое гашение можно осуществить для всех компонент, за исключением обратной обращенной.

Гашение необращенной компоненты в $U_1^-(0)$ возникает при $\mathcal{L}_2 = \pi/4$. Вдали от порога самовозбуждения ($R \neq 1, \mathcal{L}_1 < \pi/4$) амплитуды ненулевых компонент зависят только от толщины первого слоя:

$$U_1^-(0) = iU_0^* \cos 2\mathcal{L}_1 / (1 - \sin 2\mathcal{L}_1),$$

$$U_2^+(l_1 + l_2) = 2\,[U_0 e^{il_1(k_2 - k_1)} \cos(\mathcal{L}_1 + \pi/4) + iU_0^* e^{il_1(k_2 + k_1)} R \sin(\mathcal{L}_1 - \pi/4)] / (1 - R)(1 - \sin 2\mathcal{L}_1).$$

Гашение необращенной компоненты в прямой волне реализуется при $\mathcal{L} = \pi/2$, при этом ненулевые амплитуды компонент волн определяются вдали от порога значением l:

$$U_1^-(0) = U_0 e^{-2il_1k_1} / R\sin l + iU_0^* / \mathrm{tg}\, l,$$

$$U_2^+(l_1 + l_2) = iU_0^* e^{il_1(k_2 + k_1)} (1 + R)/R\sin l.$$

Гашение обращенной компоненты в $U_2^+(l_1 + l_2)$ происходит при $l = 0$. Остальные компоненты вдали от порога зависят от суммарной толщины слоя:

$$U_2^+(l_1 + l_2) = U_0 e^{il_1(k_2 - k_1)} (1 + R)/\cos\mathcal{L}, \quad U_1^-(0) = U_0 e^{-2il_1k_1} R/\cos\mathcal{L} + iU_0^* \mathrm{tg}\mathcal{L}.$$

Рассмотренные особенности распространения акустической волны в двуслойной среде качественно демонстрируют возможные влияния неоднородностей на процессы параметрического взаимодействия звуковых пучков в ОВФ средах.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 21 сентября 1988 г.