Краткие сообщения по физике № 2-1989 г.

УДК 530. 145

О ПЕРЕНОРМИРОВКАХ В СТОХАСТИЧЕСКИ КВАНТОВАННОЙ НЕАБЕЛЕВОЙ ТЕОРИИ

А.В. Субботин

В однопетлевом приближении проведен расчет констант перенормировок духового сектора теории для произвольного значения калибровочного параметра α. Вычисленная β-функция калибровочно-инвариантна и совпадает в равновесном пределе с β-функцией обычной глюодинамики.

В работе /1/ была предложена калибровочно-инвариантная формулировка стохастически квантованной неабелевой теории /2/. Производящий функционал, эквивалентный в теории возмущений обычному производящему функционалу, соответствующему уравнению Ланжевена с добавочным членом Цванцигера, имеет вид:

$$Z[J] = N\int D(A, B, \bar{c}, c, d)\exp\Big\{-\int [B_\mu^2 - B_\mu(F_{5\mu} + \delta S/\delta A_\mu) + \bar{c}(D_5 - \alpha\partial D)c + (d + F(A, B, \bar{c}, c))(A_5 - \alpha\partial A) + J_\mu A_\mu]\, d^5x\Big\}. \tag{1}$$

Здесь $x_5 \equiv t$ – фиктивное время; S – действие поля Янга – Миллса; $F_{5\mu} = \gamma\partial_5 A_\mu - D_\mu A_5$; $D_5^{ab} = \gamma\delta^{ab}\partial_5 + g t^{abc} A_5^c$; γ – кинетический коэффициент. Поле A_5 при калибровочных преобразованиях преобразуется по формуле

$$A_5 \to U^{-1}A_5 U - g^{-1}U^{-1}\gamma\partial_5 U. \tag{2}$$

Здесь $F(A, B, \bar{c}, c)$ – произвольный функционал размерности 4, наличие которого отражает неоднозначность в экспоненциальной записи δ-функции. Интеграл по антикоммутирующим скалярным полям $\bar{c}$, c дает детерминант Фаддеева – Попова, соответствующий выбранной калибровке $A_5 = \alpha\partial A$; интегрирование по полям B_μ и d идет вдоль мнимой оси.

Наиболее простой диаграммной технике соответствует выбор

$$F(A, B, \bar{c}, c) = \beta_1\partial B + \beta_2[B_\mu, A_\mu] + \beta_3[\bar{c}, c] \quad \text{при } \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1. \tag{3}$$

В этом случае члены взаимодействия с полем A_5 сокращаются в обоих секторах теории, и лагранжиан принимает вид

$$\mathcal{L} = B_\mu^2 - B_\mu(F_{5\mu} + \delta S/\delta A_\mu) + \bar{c}(D_5 - \alpha\partial D)c + (d + DB + [\bar{c}, c])(A_5 - \alpha\partial A) = \\ = B_\mu^2 - B_\mu(\gamma\partial_5 A_\mu - \alpha D_\mu(\partial A) + \delta S/\delta A_\mu) + \bar{c}(\gamma\partial_5 - \alpha D\partial)c + d(A_5 - \alpha\partial A). \tag{4}$$

С точностью до несущественных духовых членов (с-поля не дают вклад в теории возмущений из-за равенства нулю всех замкнутых духовых петель) и члена, фиксирующего значение фиктивной пятой компоненты калибровочного поля, последнее выражение представляет собой стандартный лагранжиан, используемый для пертурбативных расчетов в стохастически-квантованной неабелевой теории.

Пользуясь записью (1), легко найти БРСТ-симметрию, наличие которой обеспечивает при учете квантовых поправок калибровочно-инвариантную перенормируемость теории (4):

$$\begin{gathered} sA_\mu = D_\mu c, \quad sB_\mu = [B_\mu, c], \quad s\bar{c} = -d - F = -d - DB - [\bar{c}, c], \\ sA_5 = \dot{D}_5 c, \quad sc = -\frac{1}{2}[c, c], \quad sd = -sF = [d, c]. \end{gathered} \tag{5}$$

Можно показать, что тождества Уорда – Фрадкина – Такахаши – Славнова – Тейлора /3/, соответствующие (5), в совокупности со стохастическими тождествами /4/, являющимися следствиями уравнений движения полей B_μ, образуют набор, достаточный для доказательства перенормируемости. При этом в силу выбора (3) параметры β_i не перенормируются: свойство отцепления поля A_5 не может нарушиться радиационными поправками. В общем случае $\beta_i \neq 1$ константы Z_{β_i} отличны от единицы (при $\beta_i = 0$ возникает немультипликативная перенормировка поля d /5/) и находятся из условия конечности функций Грина, содержащих поля d. Остальные константы перенормировок не зависят от выбора функционала F, причем

$$Z_5^{1/2} = Z_\alpha Z_A^{1/2}, \qquad Z_d^{1/2} Z_5^{1/2} = 1. \tag{6}$$

Существует еще одна связь между константами перенормировок, справедливость которой легко проверяется в теории возмущений. Действительно, все одночастично-неприводимые диаграммы, соответствующие квадратичным по духовым полям контрчленам в лагранжиан (4), расходятся лишь линейно, поскольку вершина взаимодействия $\Gamma_{\bar{c}Ac}$ содержит дифференцирование внешней духовой линии. Отсюда следует, что

$$Z_c Z_\gamma = 1. \tag{7}$$

Тождества (6) и (7) остаются справедливыми при любом выборе функционала F и уменьшают число независимых F-инвариантных констант перенормировок теории (1) до пяти: $Z_A, Z_B, Z_\alpha, Z_\gamma, Z_g$.

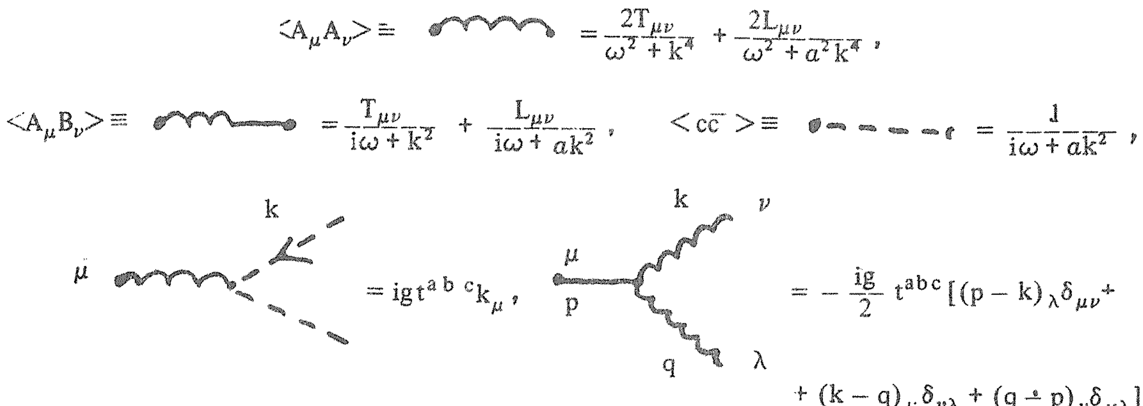

Рис. 1

Правила Фейнмана для теории (4) представлены на рис. 1 (пропагаторы невзаимодействующих полей не выписаны). Расходящиеся однопетлевые диаграммы, дающие вклад в перенормировку духового сектора, изображены на рис. 2. Диаграмма рис. 2а расходится линейно и не может зависеть от внешней частоты; обозначим ее значение через $\alpha k^2 \delta^{ab} z_1$, где z_1 – некоторая расходящаяся константа. Сумму логарифмически расходящихся диаграмм рис. 2б обозначим через $i\alpha k_\mu g t^{abc} z_2$. Легко видеть, что

$$Z_1 = Z_\alpha Z_c = Z_\alpha Z_\gamma^{-1}; \quad Z_2 = Z_\alpha Z_c Z_g Z_A^{1/2} = Z_1 Z_g Z_A^{1/2}. \quad Z_{1,2} = 1 + z_{1,2}. \tag{8}$$

Приведем результаты расчетов для z_1 и z_2, выполненных в размерной регуляризации:

$$Z_1 = 1 + (3/4)\xi C_\epsilon, \quad \xi \equiv \alpha/(1+\alpha), \quad C_\epsilon \equiv (g^2/16\pi^2\epsilon) C_2(G), \tag{9}$$

$$Z_2 = 1 + [1/16a + 2(7a - 5)/32a(1 + a) + 2(-10a + 2)/32a(1 + a)]\,C_\epsilon = 1 + (1 - \xi^{-1})\,C_\epsilon/8.$$

Воспользуемся вычисленными из ВА-сектора теории значениями констант перенормировок Z_A и Z_γ /6/ (см. также /7/):

$$Z_A^{1/2} = 1 + (-3\xi/4 + 73/24 - 1/8\xi)\,C_\epsilon\,, \quad Z_\gamma = 1 - 13C_\epsilon/6. \tag{10}$$

Подставляя (9) и (10) в формулы (8), находим: $Z_a = 1 + (3\xi/4 - 13/6)\,C_\epsilon$, $\quad Z_g = 1 - 35C_\epsilon/12$.

Значение Z_a совпадает с вычисленным ранее в работах /6, 7/. Значение Z_g не зависит от выбора калибровочного параметра a и дает в равновесном пределе известный из четырехмерной глюодинамики результат:

$$Z_g^{eq} = Z_g Z_\gamma^{-1/2} = 1 - 11C_\epsilon/6.$$

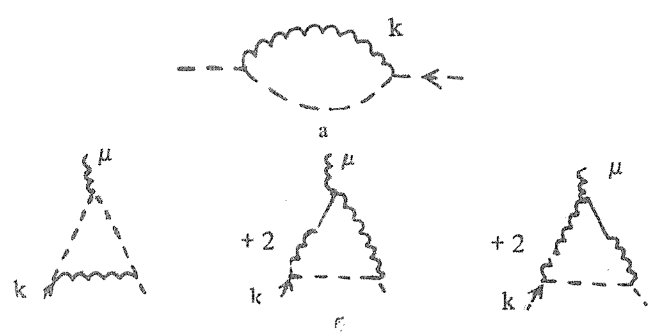

Рис. 2

Совпадение выражений для констант Z_a и Z_g с вычисленными в /6, 7/ является следствием инвариантности теории (4) относительно БРСТ-преобразований (5). Равенство равновесной β-функции обычной может служить свидетельством справедливости основного постулата метода стохастического квантования для калибровочно-инвариантных величин.

Автор благодарен В.Я. Файнбергу за полезные обсуждения и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаджиев С. А., Субботин А. В., Файнберг В. Я. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 44 (1988).
2. Zwanziger D. Nucl. Phys., B192, 259 (1981).
3. Ward Y. C. Phys. Rev., 77, 2931 (1950); Фрадкин Е. С. ЖЭТФ, 29, 288 (1955); Takahashi Y. Nuovo Cim., 6, (57) 370 (1957); Славнов А. А. ТМФ, 10, 99 (1972); Taylor J. Nucl. Phys., B33, 436 (1971).
4. Zinn–Justin J. Nucl. Phys., B275, 135 (1987).
5. Fainberg V. Ya., Subbotin A. V. Int. Journ. Mod. Phys. A, 3 (1988).
6. Karnaukhov S. N., Subbotin A. V. Preprint FIAN № 201, M., 1988.
7. Muñoz–Sudupe A., Fernandez L. Phys. Rev., D36, 510 (1987).

Поступила в редакцию 27 октября 1988 г.