Краткие сообщения по физике № 2-1989 г.

УДК 530.145

ДВУХПЕТЛЕВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИ КВАНТОВАННОЙ Φ^4-ТЕОРИИ

В.Г. Крулевецкий, А.В. Субботин

В рамках стохастически квантованной скалярной теории вычислена β-функция в двухпетлевом приближении. В равновесном пределе результат совпадает со значением β-функции, полученным обычными методами квантования.

Производящий функционал стохастически квантованной /1/ безмассовой скалярной $\lambda\phi^4/4!$-теории, соответствующий уравнению Ланжевена с трансляционно-инвариантными граничными условиями, имеет вид:

$$Z[J] = N \int D(B, \phi, \bar{\Lambda}, \Lambda) \exp\left\{ - \int [B^2 - B(\gamma\dot{\phi} + \frac{\delta S}{\delta\phi}) + \bar{\Lambda}(\gamma \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\delta^2 S}{\delta\phi^2})\Lambda + J\phi]\, dx dt \right\}. \tag{1}$$

Здесь $S = \int dx dt\, [(\partial\phi)^2/2 + \lambda\phi^4/4!]$ – евклидово действие, t – фиктивное время, γ – кинетический коэффициент, $\dot{\phi}(x, t) \equiv (\partial/\partial t)\phi(x, t)$. Интегрирование по полю B идет вдоль мнимой оси, а интеграл по духовым полям $\bar{\Lambda}$, Λ дает якобиан замены переменных $\eta \to \phi$. Предполагая в дальнейшем использование размерной регуляризации для пертурбативных расчетов, легко показать, что указанный якобиан равен единице в теории возмущений. Действительно, все диаграммы, содержащие замкнутые духовые петли, обращаются в нуль, так как соответствующие им выражения содержат полюса в одной полуплоскости комплексной переменной ω. По аналогичной причине равны нулю все диаграммы, не содержащие хотя бы одного хвоста, соответствующего полю B. Указанные свойства являются следствиями стохастических тождеств Уорда /2/, обеспечивающих причинный характер функций Грина теории.

Благодаря наличию своеобразной суперсимметрии у действия в показателе экспоненты (1) /3/, можно исключить из рассмотрения духовый сектор теории: духовые диаграммы дублируют соответствующие диаграммы $B\phi$-сектора. Все расходящиеся диаграммы $B\phi$-сектора распадаются на три класса и однозначно определяют перенормировку полей и параметров теории в приближении произвольного числа петель. Обозначая

$$\Delta_n(\text{-o-}) = a_n, \qquad \Delta_n(\text{-o}\sim) = b_n k^2 + c_n i\omega, \qquad \Delta_n(\text{-o}\!\lessgtr) = \frac{\lambda}{3!} d_n,$$

где Δ_n – оператор вычитания подрасходимостей n-петлевых диаграмм, a_n, b_n, c_n, d_n – некоторые расходящиеся константы, и, вводя перенормированные поля и параметры по формулам

$$\phi_R = Z_\phi^{1/2}\phi, \quad \lambda_R = Z_\lambda \lambda, \quad Z_i = 1 + \sum_n z_i^n, \quad i = \phi, B, \gamma, \lambda; \quad Z_\Lambda = Z_B^{1/2} Z_\phi^{1/2} \quad B_R = Z_B^{1/2} B, \quad \gamma_R = Z_\gamma \gamma,$$
$$z_B^n = a_n, \quad z_\phi^n = -a_n - 2b_n, \quad \Lambda_R = Z_\Lambda^{1/2}\Lambda, \quad \bar{\Lambda}_R = Z_\Lambda^{1/2}\bar{\Lambda}, \quad z_\gamma^n = b_n - c_n, \quad z_\lambda^n = a_n + 3b_n + d_n, \tag{2}$$

убеждаемся, что все расходимости поглощаются мультипликативной перенормировкой полей и параметров.

Для перехода к равновесному пределу в функциях Грина необходимо отметить, что нетривиальная перенормировка кинетического коэффициента γ может быть интерпретирована как смена шкалы фиктивного времени, и поэтому для получения равновесных констант нужно внести зависимость от Z_γ во временные аргументы полей, определив $t_R = Z_\gamma t$. Проинтегрировав по полю B в перенормированном производящем функционале и проведя такую замену, для равновесных констант перенормировок получим:

$$Z_\phi^{eq} = Z_\phi Z_\gamma, \quad Z_\lambda^{eq} = Z_\lambda Z_\gamma^{-1}. \tag{3}$$

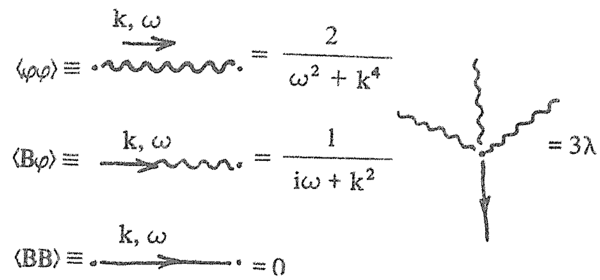

Рис.1

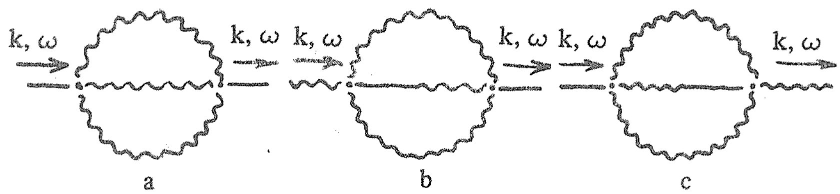

Рис.2

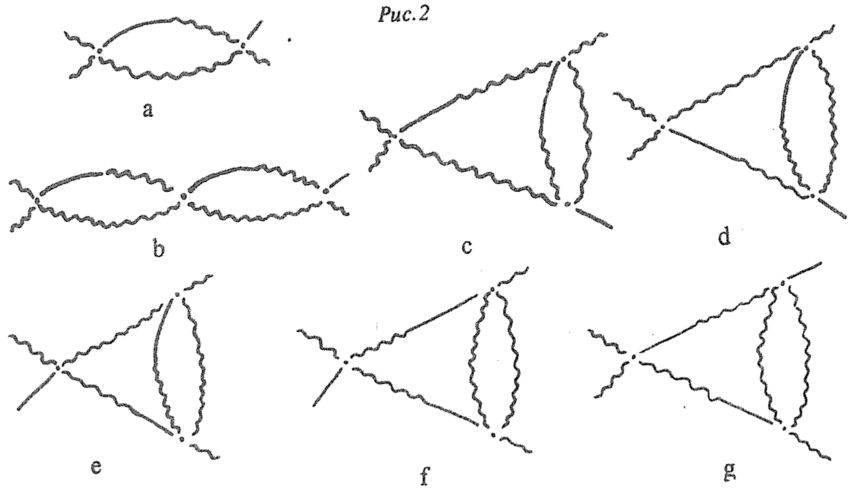

Рис.3

Целью настоящей работы является вычисление констант (2) и (3) в двухпетлевом приближении в размерной регуляризации (рис. 1). При этом используются выражения для собственно-энергетических диаграмм (рис. 2), полученные в работе /4/. Эти результаты позволяют определить константы перенормировок Z_B, Z_ϕ и Z_γ.

Диаграммы, дающие вклад в константу перенормировки выражения для вершины, представлены на рис. 3. Диаграмма (a) пропорциональна первой степени константы взаимодействия λ:

$$9\lambda^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{d^D p}{(2\pi)^D} \frac{2}{(\omega^2 + p^4)(i\omega + p^2 + m^2)} = 3\lambda \frac{\lambda}{16\pi^2}\left(-\frac{3}{2}\right)\left[\frac{1}{\epsilon} + 1 - \gamma - \ln\left(-\frac{m^2}{8\pi}\right)\right].$$

Каждая диаграмма дополнительно регуляризуется путем приписывания массы одной из внутренних линий /5/.

Диаграмма (b) в интересующем нас порядке по параметру регуляризации ϵ вклада не дает. Диаграммы (c), (d), (e), (f) и (g) дают выражения, обозначенные ниже соответствующими большими буквами

$$C = 9\lambda^3 \int \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(4\pi)^2} \frac{d^D p\, d^D l}{(2\pi)^{2D}} \frac{1}{i\omega_1 + p^2 + m^2} \frac{1}{i(\omega_1 + \omega_2) + (l + p)^2} \frac{2}{\omega_1^2 + p^4} \frac{2}{\omega_2^2 + l^4} =$$

$$= 3\lambda\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2 \frac{3}{4}\left[\frac{1}{2\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\ln\frac{4}{3} - \gamma - \ln\left(-\frac{m^2}{8\pi}\right)\right)\right],$$

$$\Delta C = 3\lambda\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2 \frac{3}{4}\left[-\frac{1}{2\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\ln\frac{4}{3}\right)\right],$$

$$D = 9\lambda^3 \int \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(4\pi)^2} \frac{d^D p\, d^D l}{(2\pi)^{2D}} \frac{1}{-i\omega_1 + p^2 + m^2} \frac{1}{i(\omega_1 + \omega_2) + (l + p)^2} \frac{2}{\omega_1^2 + p^4} \frac{2}{\omega_2^2 + l^4} =$$

$$= 3\lambda\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2 \frac{3}{4}\left[\frac{1}{2\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\ln\frac{4}{3} - \gamma - \ln\left(-\frac{m^2}{8\pi}\right)\right)\right],$$

$$\Delta D = 3\lambda\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2\left[-\frac{1}{2\epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\ln\frac{4}{3}\right)\right], \quad \Delta E = 4\Delta C,$$

$$F = G = \frac{9}{2}\lambda^3 \int \frac{d\omega_1 d\omega_2}{(4\pi)^2} \frac{d^D p\, d^D l}{(2\pi)^{2D}} \frac{4}{(\omega_1^2 + p^4)(\omega_2^2 + l^4)} \frac{1}{(\omega_1 + \omega_2)^2 + (p + l)^4} =$$

$$= 3\lambda\,(\lambda/16\pi^2)^2\,(9/4\epsilon)\ln(4/3).$$

Отсюда находим выражение для Z_1 в первом порядке по ϵ^{-1}:

$$Z_1 = 1 + (3/2\epsilon)\left[-\lambda/16\pi^2 + (\lambda/16\pi^2)^2\right]. \tag{4}$$

Значения констант перенормировок Z_ϕ, Z_B и Z_γ равны /4/

$$Z_\phi = 1 + \frac{1}{4\epsilon}\left(\frac{1}{3} + \ln\frac{4}{3}\right)\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2, Z_B = 1 - \frac{1}{4\epsilon}\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2 \ln\frac{4}{3}, Z_\gamma = 1 - \frac{1}{4\epsilon}\left(\frac{1}{6} + \ln\frac{4}{3}\right)\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2 \tag{5}$$

Из (3), (4) и (5) находим:

$$Z_\lambda = Z_1 Z_\phi^{-3/2} Z_B^{-1/2} = 1 + \frac{1}{\epsilon}\left[-\frac{3}{2}\frac{\lambda}{16\pi^2} + \left(\frac{11}{8} - \frac{1}{4}\ln\frac{4}{3}\right)\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2\right],$$

$$Z_\lambda^{eq} = Z_\lambda Z_\gamma^{-1} = 1 + \frac{1}{\epsilon}\left[-\frac{3}{2}\frac{\lambda}{16\pi^2} + \frac{17}{12}\left(\frac{\lambda}{16\pi^2}\right)^2\right].$$

Полученное значение для Z_λ^{eq} совпадает с результатом обычной евклидовой теории.

Авторы благодарны В.Я. Файнбергу за руководство и стимулирующий интерес к работе, а также А.Н. Кузнецову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Parisi G., Wu Y.–S. Sci. Sin. 24, 483 (1981).
2. Zinn – Justin J. Nucl. Phys., B275, 134 (1986).
3. Feigelman M., Tsvelik A. Phys. Lett., 95 A, 469 (1983).
4. Малиев И.Н., Спиридонов В.П., Файнберг В.Я. Препринт ФИАН № 13, М., 1986.
5. Владимиров А.А. ТМФ, 43, 210 (1980); Chetyrkin K.G., Kataev A.L., Tkachov F.V., Nucl. Phys., B174, 345 (1980).

Поступила в редакцию 27 октября 1988 г.