УДК 533.951.8

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ НА РАЗВИТИЕ ИЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПИРСА В ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

Д. Н. Клочков, М. Ю. Пекар, А. А. Рухадзе

Исследуется влияние теплового движения электронов пучка и плазмы на развитие нерезонансной излучательной неустойчивости Пирса в плазменном волноводе. Показано, что инкремент верхней оптической ветви колебаний чувствителен к разогреву пучка, в то время как инкремент нижней звуковой ветви колебаний зависит от параметров плазмы.

В работах [1, 2] была построена линейная теория нерезонансной излучательной неустойчивости Пирса моноэнергетического релятивистского электронного пучка (РЭП) в вакуумном резонаторе и резонаторе, заполненном холодной плазмой. Излучательная пирсовская неустойчивость РЭП в вакуумном волноводе представляется перспективной для создания СВЧ генератора-монотрона в сантиметровой и миллиметровой области длин волн, в то время как эта же неустойчивость в плазменном резонаторе открывает новые возможности для генерации дециметрового излучения. В работе [3] именно на это обстоятельство обращалось внимание и был рассчитан такой плазменный монотрон-генератор с параметрами сильноточного РЭП, эксплуатируемого в лаборатории плазменной электроники ИОФАН. Однако все используемые на сегодняшний день РЭП имеют разброс по скоростям, функцию распределения которого можно приближенно считать максвелловской. Поэтому анализ влияния теплового разброса по скоростям представляет не только теоретический, но и практический интерес. Для вакуумного случая влияние теплового разброса электронов пучка было исследовано в работе [4].

Рассмотрим гладкий металлический резонатор, заполненный однородной плазмой, который пронизывает сплошной РЭП. Вся система помещена в достаточно сильное стабилизирующее магнитное поле, так что поперечным движением электронов плазмы и пучка можно пренебречь. Дисперсионное уравнение такой системы, полученное из линеаризованного уравнения Власова, имеет вид (ниже используются обозначения, принятые в монографии [5]):

$$k_\perp^2 + \left(k_\parallel^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\epsilon_{zz} = 0, \tag{1}$$

где

$$\epsilon_{zz} = \epsilon_{zz}^{(0)} + \frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{\left(k_\parallel - \frac{\omega u}{c^2}\right)^2 v_{Tb}^2}\left[1 - J_+\left(\frac{\omega - k_\parallel u}{\left(k_\parallel - \frac{\omega u}{c^2}\right) v_{T_b}}\right)\right] = 0. \tag{2}$$

Здесь

$$\epsilon_{zz}^{(0)} = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} q^2 (1 - J_+(q)) \tag{3}$$

– невозмущенное значение компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы в отсутствие пучка. Параметр $q = \omega/k_\parallel v_{Tp} = v_f/v_{Tp}$.

Как известно, в плазменном волноводе возможны две ветви электромагнитных колебаний. Верхняя ветвь колебаний имеет оптический закон дисперсии

$$\omega = \sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2 + k_\parallel^2 c^2}, \tag{4}$$

нижняя ветвь имеет звуковой закон дисперсии

$$\omega = k_\parallel c \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2}}, \tag{5}$$

для которой фазовая и групповая скорости совпадают $v_f = v_g$. Кроме этого в присутствии пучка еще имеются пучковые волны: быстрая и медленная. Для малоточных моноэнергетических пучков, когда $\omega_b \gamma^{-3/2}/k_\perp u << 1$ имеем для пучковых волн $\omega \approx k_\parallel u$ с точностью до слагаемых порядка ω_b.

Рассмотрим теперь отдельно верхнюю и нижнюю ветви колебаний.

Для оптической ветви колебаний $\omega/k_\parallel > c$, поэтому для безразмерного параметра q получаем соотношение

$$q = \frac{\omega}{k_\parallel v_{Tp}} > \frac{c}{v_{Tp}} >> 1. \tag{6}$$

Другими словами, высокочастотные волны оказываются малочувствительными к разогреву плазмы. Аналогичная ситуация имеет место для пучковых волн РЭП, так как

$$\frac{\omega}{k_\parallel v_{Tp}} \approx \frac{u}{v_{Tp}} >> 1. \tag{7}$$

Поэтому достаточно ограничиться рассмотрением модели, в которой плазма считается холодной, а пучок имеет некоторую тепловую скорость v_{Tb}. Используя асимптотическое разложение $J_+(x)$

$$J_+(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} + ... - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} x e^{-\frac{x^2}{2}}, & x >> 1, \mathrm{Re}x >> \mathrm{Im}x; \\ x^2 + ... - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} x, & |x| << 1, \end{cases} \tag{8}$$

получаем уравнение

$$k_\perp^2 + \left(k_\parallel^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{\left(k_\parallel - \frac{\omega u}{c^2}\right)^2 v_T^2}\left(1 - J_+\left(\frac{\omega - k_\parallel u}{\left(k_\parallel - \frac{\omega u}{c^2}\right) v_T}\right)\right)\right] = 0, \tag{9}$$

определяющее дисперсию $k_{\parallel\nu}(\omega)$ для электромагнитных и пучковых волн, как для верхней (4), так и для нижней (5) ветвей колебаний.

Если электроны пучка имеют разброс по скоростям, т.е. если начальная функция распределения электронов имеет конечную полуширину Δv, удовлетворяющую условию

$$\frac{\omega L}{u}\frac{\Delta v}{u} > \frac{\pi}{2}, \tag{10}$$

то не все электроны пучка находятся при резонансных условиях по пролетному углу [1, 2]. Это приводит к уменьшению инкремента неустойчивости, снижению эффективности вынужденного излучения, даже если имеет место условие $v_{Tb} << u$. Как следует из (10), наибольшее влияние тепловой разброс оказывает в длинных системах, когда пролетный угол $\omega L/u$ принимает большие значения.

Так как для волн в резонаторе всегда выполняется условие $\epsilon_{zz}^{(0)} \neq 0$ $(\omega \neq \omega_p)$, то формальной заменой $k_\perp^2 \to k_\perp^2/\epsilon_{zz}^{(0)}$, $\tilde{\omega}_b \to \omega_p^2/\epsilon_{zz}^{(0)}$ можно перевести уравнение (9) в уравнение для вакуумного волновода и воспользоваться уже полученными результатами [6]. Введем следующие обозначения

$$\tilde{k}_\perp^2 = k_\perp^2/\epsilon_{zz}^{(0)}, \ \tilde{\omega}_b^2 = \omega_b^2/\epsilon_{zz}^{(0)}, \ a^2 = \omega^2/c^2 - \tilde{k}_\perp^2. \tag{11}$$

В нашем распоряжении имеются два малых параметра: $v_{Tb}/u << 1$ и параметр Пирса

$$\chi = \omega_b^2\gamma^{-3}/k_\perp^2 u^2 << 1, \tag{12}$$

из которых сконструируем новую безразмерную величину

$$\zeta = v_{Tb}\omega\gamma^{3/2}/u\tilde{\omega}_b. \tag{13}$$

Рассмотрим решение уравнения (9) при различных значениях ζ. Для случая $\zeta \geq 1$ в системе имеются только электромагнитные волны, так как пучковые размываются тепловым движением электронов. Следовательно, неустойчивость Пирса может развиваться только при условии $\zeta < 1$. Для асимптотики $\zeta << 1$ уравнение (9) имеет решение

$$k_{1,2} = \pm a \pm \beta_{1,2}\tilde{\omega}_b^2/2a, \; k_{3,4} = \omega/u \pm \alpha\tilde{\omega}_b. \tag{14}$$

Значения коэффициентов $\beta_{1,2}$ и α, δ равны

$$\beta_{1,2} = -\frac{\tilde{k}_\perp^2\gamma^{-3}}{(\omega \mp au)^2},$$

$$\alpha = \frac{\omega}{u}\frac{\gamma^{-5/2}}{\sqrt{\omega^2 - a^2u^2}}\left[1 + \sqrt{1 + 12\zeta^2\gamma^{-2}\left(1 - \frac{a^2u^2}{\omega^2}\right)}\right]^{1/2}, \tag{15}$$

$$\delta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\alpha\tilde{\omega}_b\gamma^3\mu^{3/2}\exp\left(-\frac{\gamma^2}{2}\mu\right).$$

Здесь обозначено $\mu = \alpha^2u^2\gamma^5/\zeta^2$. Чисто мнимая добавка $i\delta$ в волновом числе $k_\parallel$ появилась за счет затухания Ландау пучковых волн, которое определяется детальной структурой функции распределения df_0/dv при резонансном взаимодействии с волной малой части электронов, – только тех, для которых выполнено условие черенковского резонанса $\omega - k_\parallel v = 0$.

Нетрудно, следуя [1, 2, 4], получить инкремент неустойчивости в граничных условиях Пирса для горячего пучка электронов

$$\delta\omega = (-1)^n\frac{\tilde{\omega}_b}{\alpha}\frac{\omega}{L}\frac{\tilde{k}_\perp^2c^2\gamma^{-3}}{(\omega^2 - a^2u^2)^2}\sin(\alpha\omega_bL)e^{i\frac{\omega L}{u} - L\delta}. \tag{16}$$

Отметим, что с возрастанием тепловой скорости v_{Tb} электронов пучка величина α увеличивается, и как следствие, инкремент падает. В этом проявляется гидродинамический характер взаимодействия, связанный с тем, что с увеличением температуры пучка его средний ток уменьшается. Кинетический характер взаимодействия проявляется через величину δ, и как видно из формулы (17), наиболее сильно выражается в длинных системах.

Рассмотрим теперь звуковую ветвь колебаний. Полученные выражения (14) – (16) остаются в силе и для низкочастотных колебаний при выполнении условия

$$\omega_b/\sqrt{|\Delta_\omega|} << 1, \tag{17}$$

где $\Delta_\omega = \omega^2 - \omega_{res}^2$ – отстройка от частоты черенковского резонанса $\omega_{res}^2 = \omega_p^2 - k_\perp^2 u^2 \gamma^2$. Параметр μ при этом приближенно равен

$$\mu = \mu_l = \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{u}{v_{Tb}}\right)^2 \frac{\omega_b^2}{\Delta_\omega}, \tag{18}$$

и как видно, может быть как отрицательной, так и положительной величиной. Отрицательное значение μ_l соответствует черенковскому резонансу при больших отрицательных отстройках по частоте.

Для верхней ветви колебаний

$$\mu_h = \frac{1}{2\gamma}\left(\frac{u}{v_{Tb}}\frac{\omega_b}{\omega_h}\right)^2 > 0. \tag{19}$$

Так как $\omega_h >> |\sqrt{\Delta_\omega}|$, то всегда выполняется условие $\mu_l >> \mu_h$. Следовательно, при одних и тех же параметрах пучка нижняя ветвь колебаний оказывается менее чувствительной к разогреву пучка по сравнению с высокочастотной модой.

Это согласуется с оценками, вытекающими из условия (10). Действительно, пролетный угол для нижней ветви колебаний

$$\frac{\omega L}{u} = \pi n \frac{c}{u} \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2 + k_\parallel^2 c^2}} \tag{20}$$

невелик, поэтому тепловая скорость электронов пучка должна быть достаточно велика $v_{Tb} \sim u$, чтобы удовлетворять неравенству (10).

Рассмотрим теперь влияние на нижнюю ветвь колебаний теплового разброса по скоростям электронов плазмы.

Для плотной плазмы, когда выполнено условие $\omega_p^2 >> (k_\perp^2 + k_\parallel^2)c^2 = k^2c^2$, из формулы (5) получаем $\omega \approx k_\parallel c$ и следовательно,

$$q = \omega / k_\parallel v_{Tp} \approx c / v_{Tp} >> 1. \tag{21}$$

Иными словами, для плотной плазмы влияние теплового разброса на инкремент развития неустойчивости плазменной ветви колебаний мало.

Рассмотрим противоположную ситуацию, когда $\omega_p^2 << k_\perp^2 c^2$. В этом случае параметр

$$q = \omega / k_\parallel v_{Tp} \simeq \omega_p / k_\perp v_{Tp} = \omega_p / k_\perp c (c / v_{Tp}) \tag{22}$$

может быть как больше, так и меньше единицы, в зависимости от отношения обезразмеренных плотности плазмы и ее тепловой скорости. В случае $q \leq 1$ в системе нет плазменных колебаний, так как они размываются тепловым движением частиц. Тогда излучательная неустойчивость Пирса на нижней ветви колебаний отсутствует. Поэтому рассмотрим противоположную асимптотику $q >> 1$. Дисперсионное уравнение (1) для моноэнергетического пучка примет в этом случае вид

$$\left(k_{\|}-\frac{\omega}{u}\right)^2\left[k_{\|}^2-a^2+\left(k_{\|}^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)\left(\frac{3}{q^2}-i\sqrt{\frac{\pi}{2}}q^3e^{-\frac{q^2}{2}}\right)\right]=-\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\left(k_{\|}^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)\frac{\omega_b^2\gamma^{-3}}{u^2}. \tag{23}$$

Здесь $a^2=(\omega^2/c^2)(1+k_\perp^2c^2/\omega_p^2)$.

Рассмотрим решение уравнения (23) вдали от черенковского резонанса, когда имеет место условие (17). В этом случае $\omega \neq au$.

Пучковые волны оказываются малочувствительными к тепловому разогреву плазмы, поэтому для них получаем следующее решение

$$k_{\|3,4}=\frac{\omega}{u}\left(1\pm\frac{\omega_b\gamma^{-3/2}}{\sqrt{\Delta_\omega}}\right). \tag{24}$$

Напротив, электромагнитная плазменная волна оказывается чувствительной к кинетическим эффектам. Продольные волновые числа имеют следующий закон дисперсии

$$k_{\|1,2}=\pm a\pm\beta_{1,2}\omega_b^2/2a, \tag{25}$$

где

$$\beta_{1,2}=-\frac{k_\perp^2\omega^2}{\omega_p^2}\left[\frac{x}{\omega_b^2}+\frac{\omega^2\gamma^{-2}}{\omega_p^2(\omega\mp au)^2}\right] \tag{26}$$

Здесь

$$x=\frac{3}{q^2}-i\sqrt{\frac{\pi}{2}}q^3e^{-q^2/2}. \tag{27}$$

Коэффициенты трансформации волн на левом (входном) электроде принимают вид

$$\kappa_1^L=\kappa_2^L=1,$$

$$\kappa_3^L=-\kappa_4^L=-\omega_bk_\perp^2u^2\gamma^{5/2}\Delta_\omega^{-3/2}\left(1-\frac{x}{\omega_b^2}\Delta_\omega\gamma\right). \tag{28}$$

Идеальное граничное условие для поля на правом электроде

$$\sum_{\nu=1}^{4}k_\nu\kappa_\nu^Le^{ik_\nu L}=0 \tag{29}$$

приводит с точностью до слагаемых порядка ω_b^2 к дисперсионному уравнению

$$\sin(k_{\|1}L) + \frac{\omega}{au}\kappa_3^L \sin\left(\frac{\omega_b \gamma^{-3/2}}{\sqrt{\Delta_\omega}}\frac{\omega L}{u}\right) e^{i\frac{\omega L}{u}} = 0, \tag{30}$$

которое определяет дискретный спектр частот и инкременты генерации. Действуя стандартным образом, получаем комплексную поправку

$$\delta\omega = (-1)^n \frac{\omega}{au}\frac{\kappa_3^L}{L} v_g \sin\left(\frac{\omega_b \gamma^{-3/2}}{\sqrt{\Delta_\omega}}\frac{\omega L}{u}\right) e^{i\frac{\omega L}{u}} -$$

$$-i\sqrt{\frac{\pi}{2}} k_\perp^2 \frac{\omega v_{Tp} v_g}{2\omega_p^2} q^4 e^{-q^2/2} \tag{31}$$

к частоте

$$\omega = \frac{\pi n}{L} c\omega_p / \sqrt{\omega_p^2 + k_\perp^2 c^2}. \tag{32}$$

Второе слагаемое является декрементом, связанным с затуханием Ландау плазменных волн. Наличие конечной ширины функции распределения электронов плазмы приводит к появлению порога неустойчивости даже в идеальных граничных условиях Пирса, так как появляется канал перекачки энергии излучения в энергию электронов плазмы. Кроме того, в горячей плазме уменьшается коэффициент трансформации κ_3^L обратной электромагнитной волны в пучковую, что приводит к снижению инкремента неустойчивости, который становится равным нулю при

$$\frac{v_{Tp}}{v_g} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\omega_b}{\sqrt{|\Delta_\omega|}}\gamma^{-1/2}. \tag{33}$$

Соотношение (33) показывает, что даже при относительно малой тепловой скорости плазмы развитие неустойчивости может быть подавлено. Это может служить объяснением тому, что в экспериментах [7] развитие неустойчивости при малых плотностях плазмы не наблюдалось. Отметим также, что от знака κ_3^L зависят условия генерации четных и нечетных продольных мод электромагнитных волн.

В заключение рассмотрим вопрос о стабилизации пирсовской неустойчивости плазменной волны. Как было уже сказано, пролетный угол для нижней ветви колебаний мал, к тому же тепловой разогрев электронов пучка не влияет на инкремент низкочастотных волн. Поэтому механизм, стабилизирующий амплитуду плазменных волн, не связан с пучком. В плазменной системе происходит генерация сразу нескольких волн близкой частоты. Стохастизация электронов плазмы в поле многих волн приводит к разогреву плазмы и, как следствие, падению инкремента неустойчивости. Под воздействием поля

$E_z = E_0 e^{-i\omega t + ikz}$ электроны плазмы приобретают скорость, амплитуда которой равна $v = eE_0/m\omega$. Полагая $v_{Tp} \sim v$ из соотношения (33) получаем оценку для максимальной амплитуды электромагнитного поля

$$E_{max} \sim \frac{m}{e}\omega v_g \frac{\omega_b}{\sqrt{|\Delta_\omega|}}\gamma^{-1/2}. \tag{34}$$

С другой стороны, амплитуда колебаний электронов в электромагнитном поле по порядку величины равна $\tilde{z} = eE_0/m\omega^2$. Условие насыщения за счет проявления нелинейных эффектов можно представить в виде $k_\parallel \tilde{z} \sim 1$. Откуда получаем максимальную амплитуду поля в предположении о нелинейном механизме насыщения $E_{1max} \sim \frac{m}{e}\omega v_f$. В условиях (17) $E_{max} < E_{1max}$, поэтому следует ожидать, что для пучков малой плотности при больших расстройках от черенковского резонанса основным механизмом стабилизации плазменно-пирсовской низкочастотной неустойчивости является разогрев электронов плазмы. Из формулы (34) также следует, что в более плотной плазме можно достичь больших значений амплитуды поля.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Клочков Д. Н., Рухадзе А. А. Физика плазмы, **23**, 646 (1997).

[2] Клочков Д. Н., Пекар М. Ю. Физика плазмы, **23**, 650 (1997).

[3] Клочков Д. Н., Пекар М. Ю., Рухадзе А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 4, 7 (1998).

[4] Клочков Д. Н., Пекар М. Ю., Рухадзе А. А. Физика плазмы, **25**, 60 (1998).

[5] Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электромагнитных пучков в плазме. М., Наука, 1990.

[6] Клочков Д. Н., Пекар М. Ю., Рухадзе А. А. Физика плазмы, **25**, 552 (1999).

[7] Кузелев М. В., Лоза О. Т., Пономарев А. В., Рухадзе А. А. и др. ЖЭТФ, **109**, 2048 (1996).

Институт общей физики РАН Поступила в редакцию 12 мая 1999 г.