Краткие сообщения по физике № 4-1989 г.

УДК 591:001.1

МЕТОД БЫСТРОТНЫХ ИНТЕРВАЛОВ И МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОСТЬ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

И.М. Дремин

Предложен метод использования быстротных интервалов между соседними на оси быстрот частицами в неупругих процессах для проверки определения фрактальных характеристик событий, в частности, показателей Реньи. Указано на возможность выделения с помощью этого метода событий с плотными группами.

Быстротные интервалы, т.е. расстояния между соседними на оси быстрот частицами в неупругих процессах, широко используются при анализе свойств множественного рождения при высоких энергиях /1/. Распределение быстротных интервалов в том или ином событии характеризует степень неоднородности в расположении частиц на оси быстрот, а следовательно, отражает и соответствующую фрактальную размерность /2–4/. Однако непосредственное применение быстротных интервалов для этих целей встречает ряд трудностей и требует использования некоторых предположений, что и является предметом обсуждения в этой статье. Получено соотношение для моментов быстротных интервалов, которое можно применять с целью выяснения стабильности предложенной в /4/ процедуры нахождения фрактальных характеристик событий – показателей Реньи.

Воспользуемся методикой, разработанной в работах /5, 6/ для нахождения фрактальных размерностей странных аттракторов, где предлагается вычислять величины типа средних моментов минимальных расстояний δ_{min} между точками аттрактора:

$$P_\gamma(n) = (1/n) \sum_{i=1}^{n} \delta^{\gamma}_{i\,min}. \tag{1}$$

В нашем случае под величиной $\delta_{i\,min}$ будем понимать минимальный интервал быстрот между i-й частицей и ее соседями $(i-1$ и $i+1)$ в событии, упорядоченном на оси быстрот.

Суммирование в (1) может идти по всем частицам или с исключением крайних частиц. В последнем случае все точки равноправны и крайние интервалы не выделены, поэтому он кажется более предпочтительным. Под величиной δ_i можно понимать также относительный быстротный интервал, т.е. интервал, нормированный на полный быстротный размах события, либо на максимальный доступный при данной энергии интервал.

Основное соотношение скейлинга, полученное в работах /5, 6/, определяет поведение моментов $P_\gamma(n)$ при больших значениях n:

$$P_\gamma(n) \sim n^{-\gamma/D(\gamma)}, \tag{2}$$

где величина $D(\gamma)$ связана с показателями Реньи /2/ d_q соотношением

$$D(\gamma = (1-q)\,d_q) = d_q. \tag{3}$$

Эти закономерности позволяют сформулировать процедуру изучения самосогласованности метода нахождения фрактальных размерностей неупругих процессов и их классификации, предложенного в работе /4/. Пусть отобраны события с одинаковыми размерностями Реньи d_q. Тогда у них в соответствии с (3) должны совпадать и значения $D(\gamma)$ в точках

$$\gamma = (1-q)\,d_q. \tag{4}$$

Но тогда, в согласии с формулой (2), такие события должны характеризоваться строго одинаковой зависимостью моментов $P_\gamma(n)$ от множественности n, а именно, учитывая (3) и (4), легко получить из (2)

$$P_\gamma(n) \sim n^{q-1}, \tag{5}$$

где при вычислении моментов по формуле (1) величина γ выбрана в виде (4). Другими словами, отобрав события с одинаковыми размерностями Реньи d_q по методу, указанному в /5/, и вычислив для них моменты $P_\gamma(n)$ при значениях $\gamma = (1-q)\,d_q$, для событий с разными множественностями n_1 и n_2 будем иметь:

$$\ln\,[P_\gamma(n_1)/P_\gamma(n_2)]/\ln\,(n_2/n_1) = 1 - q. \tag{6}$$

Соотношение (6) является очень жестким – в нем не содержится ни одного свободного параметра. Могло сложиться впечатление, что при его выводе не было сделано никаких предположений. На самом деле неявно предполагалось, что заданной размерностью d_q характеризуется каждое событие целиком. Однако, как было видно из примеров, приведенных в работах /3, 4/, эти размерности выбираются по некоторым "доверительным" точкам l_0, причем очень существенны краевые эффекты при больших и малых интервалах. Значит, вся методика может быть формально справедлива лишь при $n \to \infty$ для тех событий, где в промежуточных интервалах выполняется строго фрактальный закон с $d_q = \mathrm{const}$.

Кроме того, используется предположение и при переходе от формулы (5) к соотношению (6). Пусть вычислены моменты для j-го события с множественностью n_1 и для k-го события с множественностью n_2. Тогда должны выполняться соотношения:

$$\ln P_{\gamma,j}(n_1) = C_{\gamma,j} - \gamma \ln n_1/D_j(\gamma), \tag{7}$$

$$\ln P_{\gamma,k}(n_2) = C_{\gamma,k} - \gamma \ln n_2/D_k(\gamma). \tag{8}$$

Согласно приведенному отбору по фрактальности, $D_j(\gamma) \equiv D_k(\gamma)$. Усредняя по всем событиям j и k, мы должны получить $\bar{C}_{\gamma,j} = \bar{C}_{\gamma,k}$, так как вся зависимость от множественности, согласно сказанному выше, должна быть заключена в других слагаемых в (7), (8). В этом случае мы и приходим к соотношению (6). На практике конечность статистики эксперимента может привести к различию этих средних и нарушению соотношения (6). Чувствительность этого соотношения к сделанным предположениям и характеру неупругих событий может быть проверена лишь опытным путем, и нам остается ожидать, когда будут сделаны первые определения размерностей Реньи и их распределений в неупругих процессах с большой множественностью при высоких энергиях.

Следует подчеркнуть, что метод моментов быстротных интервалов в какой-то мере является дополнительным к методу, предложенному в работе /4/. Он дает стабильные результаты при работе с положительными значениями γ, т.е. при $q < 1$, тогда как в /4/ нас интересовали величины $q > 1$, которые отвечают значениям $\gamma < 0$ (4). Но при отрицательных γ величины P_γ становятся критически чувствительными к малым значениям интервалов $\delta_i \to 0$, которые и определяют соответствующие большие значения P_γ. Такая ситуация возникнет при рассмотрении "спайковых" или "кольцевых" событий с плотными группами частиц по быстроте, что отвечает их малой фрактальной размерности $d_q \ll 1$. Это свойство может быть использовано для выделения событий такого класса.

Вместе с тем, встает общий вопрос о возможности применения метода при отрицательных γ к событиям, где имеется хотя бы две частицы с одинаковыми (псевдо) быстротами. Видимо, их придется либо не учитывать вовсе, либо вместо величины интервала ставить точность его измерения. Таким образом, для практического применения и оценки границ применимости метода необходима работа с конкретным экспериментальным материалом. Попытки автора обработать несколько событий pN-взаимодействия при 400 ГэВ показали, что флуктуации в индивидуальных событиях с множественностью от 8 до 17 довольно велики и процедуру усреднения надо проводить по большой статистике, что явно требует компьютерных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адамович М.И. и др. Труды ФИАН, **108**, 3 (1979).
2. Paladin G., Vulpiani A. Phys. Rep., **156**, 147 (1987).
3. Dremin I.M. Mod. Phys. Lett., A **13**, 1333 (1988).
4. Dremin I.M. Mod. Phys. Lett., A **14**, № 3 (1989).
5. Badii R., Politi A. Phys. Rev. Lett., **52**, 1661 (1984).
6. Badii R., Politi A. J. Stat. Phys., **40**, 725 (1985).

Поступила в редакцию 4 января 1989 г.