Краткие сообщения по физике № 8-1989 г.

УДК 533. 9

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПОПЕРЕЧНО-НЕОДНОРОДНОЙ ЭЛЕКТРОН-ИОННОЙ ПЛАЗМЫ С ТОКОМ

Ю.В. Бобылев, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе

Проведен линейный анализ резонансной бунемановской неустойчивости в поперечно-неоднородной электрон-ионной плазме с током. Получено общее непотенциальное дисперсионное уравнение, из которого определено пороговое условие возникновения неустойчивости Бунемана.

Рассмотрим бесконечно длинные тонкие релятивистский электронный и ионный пучки, совпадающие друг с другом и локализованные вдоль бесконечно длинного металлического волновода произвольного сечения, помещенного в бесконечно сильное продольное магнитное поле. В такой системе при достаточно больших скоростях электронов относительно ионов могут возникать неустойчивости, наиболее интересной из которых является резонансная бунемановская неустойчивость /1/, реализующаяся в условиях резонанса медленной электронной и быстрой ионной ленгмюровских волн. В данной работе определены условия возникновения резонансной неустойчивости Бунемана в рассматриваемой неодномерной системе.

Исходной является следующая система линеаризованных уравнений Эйлера и непрерывности, записанных для электронов и ионов:

$$\frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial z} = - n_{0e} \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial z}, \quad \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial z} = - \frac{e}{M} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi,$$
$$\frac{\partial \tilde{n}_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{n}_i}{\partial z} = - n_{0i} \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial z}, \quad \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial z} = \frac{e}{m} \gamma^{-3} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi, \tag{1}$$

где $\tilde{n}_{e,\,i}$ и $\tilde{u}_{e,\,i}$ – возмущения соответственно концентраций и скоростей электронов и ионов ($n_{0e,\,i}$ и $u_{e,\,i}$ – их невозмущенные значения); m и M – массы электрона и иона; $\gamma = (1 - u_e^2/c^2)^{-1/2}$; Ψ – продольная компонента поляризационного потенциала, уравнение для которой имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\Delta_\perp + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi = 4\pi e \tilde{n}_e - 4\pi e \tilde{n}_i. \tag{2}$$

Здесь $\Delta_\perp$ - поперечная часть оператора Лапласа. Из условия разрешимости системы уравнений (1), (2) получаем следующее общее непотенциальное дисперсионное уравнение:

$$[(\omega - k_{\|} u_e)^2 - \Omega_e^2]\,[\omega^2 - \Omega_i^2] = \Omega_i^2 \Omega_e^2, \tag{3}$$

где $k_{\|}$ – продольное волновое число, $\nu = m/M$,

$$\Omega_e^2 = \omega_e^2 \gamma^{-3} S_b \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n \varphi_n^2 (r_b)/||\varphi_n||^2,$$

$$\Omega_i^2 = \nu \omega_e^2 S_b \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n \varphi_n^2 (r_b)/||\varphi_n||^2,$$

$\chi_n = (k_\|^2 - \omega^2/c^2)/(k_{\perp n}^2 + k_\|^2 - \omega^2/c^2)$, $\omega_e^2 = 4\pi n_{0e} e^2/m$, S_b – площадь поперечного сечения пучков, r_b – их координата в поперечном сечении волновода, $k_{\perp n}$ и φ_n – собственные волновое число и функция волновода, $\|\varphi_n\|$ – норма собственной функции.

Проведем анализ уравнения (3) в длинноволновом приближении: $k_\|^2 - \omega^2/c^2 \ll k_{\perp n}^2$. Длинноволновая часть спектра колебаний ионов определяется из формулы $\omega^2 = \Omega_i^2$ $(\beta^2 = u_e^2/c^2)$:

$$\omega = k_\| c(1 + 1/\beta^2 \nu G)^{-1/2} \equiv \omega_i(k_\|), \quad G = (S_b \omega_e^2/u_e^2) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^2(r_b)/k_{\perp n}^2 \|\varphi_n\|^2. \tag{4}$$

Длинноволновая часть спектра электронных волн определяется в непотенциальном случае из уравнения $(\sigma_b = \gamma^{-3} G)$:

$$\omega^2 = k_\| u_e [1 \pm \sqrt{\gamma^{-2}\sigma_b + \beta^2 \sigma_b^2}\,]/(1 + \beta^2 \sigma_b) \equiv \omega_e^{\pm}(k_\|).$$

В работе /2/ показано, что σ_b есть отношение тока пучка к предельному току Пирса. Верхний знак в /4/ соответствует быстрой волне пространственного заряда электронного пучка, нижний – медленной.

Определим порог бунемановской неустойчивости. Как видно из рис. 1, кривые $\omega = \Omega_i$ и $\omega = k_\| u_e - \Omega_e$ (кривые 1 и 2 соответственно) пересекаются, если их производные в начале координат связаны соотношением

$$d\omega_e^-(k_\|)/dk_\| \Big|_{k_\| \to 0} < d\omega_i(k_\|)/dk_\| \Big|_{k_\| \to 0},$$

из которого следует условие возникновения неустойчивости

$$1 < \sigma_b^{1/2} [\sqrt{\gamma^{-2} + (1-\gamma^{-2})\sigma_b} + \nu^{1/2} (1 + (1-\gamma^{-2})\sigma_b)/\sqrt{\gamma^{-3} + (1-\gamma^{-2})\nu\sigma_b}\,]. \tag{5}$$

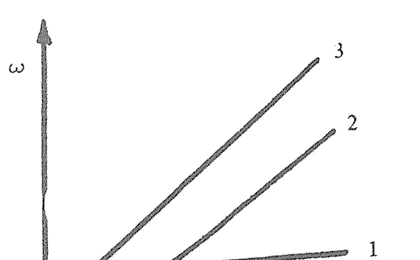

Рис. 1. Резонанс ионной и медленной электронной ленгмюровских волн: $\omega = \Omega_i$ (1); $\omega = k_\| u_e - \Omega_e$ (2); $\omega = k_\| u_e$ (3).

Рис. 2. Области резонансной бунемановской неустойчивости: $\nu = 5{,}45 \cdot 10^{-4}$ (1); $6{,}50 \cdot 10^{-6}$ (2); $4{,}15 \cdot 10^{-6}$ (3).

На рис. 2 приведены результаты численного анализа неравенства (5), отражающие пороговые зависимости σ_b от γ для различных значений ν. Кривая 1 соответствует водородной плазме, кривая 2 – криптоновой, кривая 3 – ксеноновой. Область неустойчивости лежит выше соответствующей кривой. Как видно из рис. 2, при больших γ неустойчивость может развиваться, когда $\sigma_b \ll 1$, и только в нерелятивистском случае $(\gamma \to 1)$ условием возникновения неустойчивости является требование $1 < \sigma_b$ – превышение током пучка предельного тока Пирса. Увеличение массы ионов при фиксированном γ приводит к расширению области устойчивости системы.

В заключение обсудим вопрос о нелинейной динамике резонансной бунемановской неустойчивости. В работе /3/ показано, что нелинейная динамика бунемановской неустойчивости зависит от значения параметра $\lambda = \sigma_b u_e^2/c^2$. При $\lambda < 1$ со временем наблюдается полный срыв электронного тока в плазме, при $\lambda > 1$ из-за действия индукционного электрического поля, поддерживающего ток /4/, его срыв отсутствует. Однако, эти выводы получены на основе анализа слаборелятивистских уравнений бунемановской неустойчивости, справедливых при $\gamma^{-3} < \nu$. Поэтому, значительная часть области неустойчивости, представленная на рис. 2, к настоящему времени на уровне нелинейной теории еще не рассмотрена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. М., Наука, 1975.
2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В. ЖЭТФ, **89**, 1591 (1985).
3. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Бобылев Ю. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 14 (1988).
4. Владыко В. Б., Рудяк Ю. В., Рухлин В. Г. ЖТФ, **55**, 1863 (1985).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 21 марта 1989 г.