

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПОПЕРЕЧНО-НЕОДНОРОДНОЙ ЭЛЕКТРОН-ИОННОЙ ПЛАЗМЫ С ТОКОМ

Ю.В. Бобылев, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе

Проведен линейный анализ резонансной бунемановской неустойчивости в поперечно-неоднородной электрон-ионной плазме с током. Получено общее непотенциальное дисперсионное уравнение, из которого определено пороговое условие возникновения неустойчивости Бунемана.

Рассмотрим бесконечно длинные тонкие релятивистский электронный и ионный пучки, совпадающие друг с другом и локализованные вдоль бесконечно длинного металлического волновода произвольного сечения, помещенного в бесконечно сильное продольное магнитное поле. В такой системе при достаточно больших скоростях электронов относительно ионов могут возникать неустойчивости, наиболее интересной из которых является резонансная бунемановская неустойчивость [1], реализующаяся в условиях резонанса медленной электронной и быстрой ионной ленгмюровских волн. В данной работе определены условия возникновения резонансной неустойчивости Бунемана в рассматриваемой неоднородной системе.

Исходной является следующая система линеаризованных уравнений Эйлера и непрерывности, записанных для электронов и ионов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial \tilde{n}_e}{\partial z} &= -n_{0e} \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial z}, \quad \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial z} = -\frac{e}{M} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi, \\ \frac{\partial \tilde{n}_i}{\partial t} + u_i \frac{\partial \tilde{n}_i}{\partial z} &= -n_{0i} \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial z}, \quad \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial t} + u_e \frac{\partial \tilde{v}_e}{\partial z} = \frac{e}{m} \gamma^{-3} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\tilde{n}_{e,i}$ и $\tilde{u}_{e,i}$ — возмущения соответственно концентраций и скоростей электронов и ионов ($n_{0e,i}$ и $u_{e,i}$ — их невозмущенные значения); m и M — массы электрона и иона; $\gamma = (1 - u_e^2/c^2)^{-1/2}$; Ψ — продольная компонента поляризационного потенциала, уравнение для которой имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\Delta_{\perp} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Psi = 4\pi e \tilde{n}_e - 4\pi e \tilde{n}_i. \quad (2)$$

Здесь Δ_{\perp} — поперечная часть оператора Лапласа. Из условия разрешимости системы уравнений (1), (2) получаем следующее общее непотенциальное дисперсионное уравнение:

$$[(\omega - k_{\parallel} u_e)^2 - \Omega_e^2] [\omega^2 - \Omega_i^2] = \Omega_i^2 \Omega_e^2, \quad (3)$$

где k_{\parallel} — продольное волновое число, $\nu = m/M$,

$$\begin{aligned} \Omega_e^2 &= \omega_e^2 \gamma^{-3} S_b \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n \varphi_n^2(r_b) / \|\varphi_n\|^2, \\ \Omega_i^2 &= \nu \omega_e^2 S_b \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n \varphi_n^2(r_b) / \|\varphi_n\|^2, \end{aligned}$$

$\chi_n = (k_{\parallel}^2 - \omega^2/c^2)/(k_{\perp n}^2 + k_{\parallel}^2 - \omega^2/c^2)$, $\omega_e^2 = 4\pi n_{0e} e^2/m$, S_b – площадь поперечного сечения пучков, r_b – их координата в поперечном сечении волновода, $k_{\perp n}$ и φ_n – собственные волновое число и функция волновода, $\|\varphi_n\|$ – норма собственной функции.

Проведем анализ уравнения (3) в длинноволновом приближении: $k_{\parallel}^2 - \omega^2/c^2 \ll k_{\perp n}^2$. Длинноволновая часть спектра колебаний ионов определяется из формулы $\omega^2 = \Omega_i^2 (\beta^2 = u_e^2/c^2)$:

$$\omega = k_{\parallel} c (1 + 1/\beta^2 \nu G)^{-1/2} \equiv \omega_i(k_{\parallel}), \quad G = (S_b \omega_e^2 / u_e^2) \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n^2(r_b) / k_{\perp n}^2 \|\varphi_n\|^2. \quad (4)$$

Длинноволновая часть спектра электронных волн определяется в непотенциальном случае из уравнения ($\sigma_b = \gamma^{-3} G$):

$$\omega^2 = k_{\parallel} u_e [1 \pm \sqrt{\gamma^{-2} \sigma_b + \beta^2 \sigma_b^2}] / (1 + \beta^2 \sigma_b) \equiv \omega_e^{\pm}(k_{\parallel}).$$

В работе /2/ показано, что σ_b есть отношение тока пучка к предельному току Пирса. Верхний знак в /4/ соответствует быстрой волне пространственного заряда электронного пучка, нижний – медленной.

Определим порог бунемановской неустойчивости. Как видно из рис. 1, кривые $\omega = \Omega_i$ и $\omega = k_{\parallel} u_e - \Omega_e$ (кривые 1 и 2 соответственно) пересекаются, если их производные в начале координат связаны соотношением

$$d\omega_e^-(k_{\parallel})/dk_{\parallel} \Big|_{k_{\parallel} \rightarrow 0} < d\omega_i(k_{\parallel})/dk_{\parallel} \Big|_{k_{\parallel} \rightarrow 0},$$

из которого следует условие возникновения неустойчивости

$$1 < \sigma_b^{1/2} [\sqrt{\gamma^{-2} + (1 - \gamma^{-2}) \sigma_b} + \nu^{1/2} (1 + (1 - \gamma^{-2}) \sigma_b) / \sqrt{\gamma^{-3} + (1 - \gamma^{-2}) \nu \sigma_b}]. \quad (5)$$

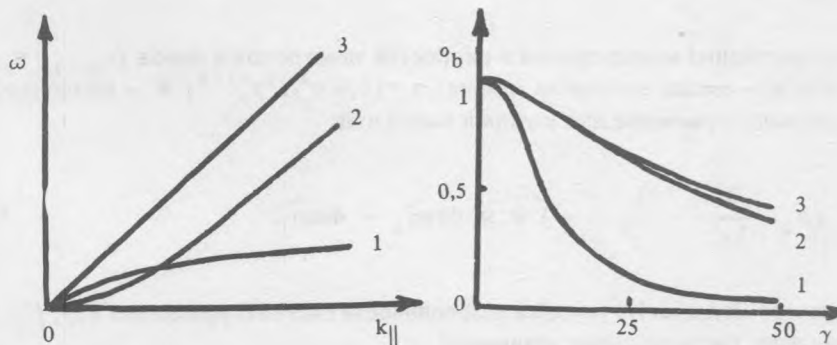


Рис. 1. Резонанс ионной и медленной электронной ленгмюровских волн: $\omega = \Omega_i$ (1); $\omega = k_{\parallel} u_e - \Omega_e$ (2); $\omega = k_{\parallel} u_e$ (3).

Рис. 2. Области резонансной бунемановской неустойчивости: $\nu = 5,45 \cdot 10^{-4}$ (1); $6,50 \cdot 10^{-6}$ (2); $4,15 \cdot 10^{-6}$ (3).

На рис. 2 приведены результаты численного анализа неравенства (5), отражающие пороговые зависимости σ_b от γ для различных значений ν . Кривая 1 соответствует водородной плазме, кривая 2 – криптоновой, кривая 3 – ксенонной. Область неустойчивости лежит выше соответствующей кривой. Как видно из рис. 2, при больших γ неустойчивость может развиваться, когда $\sigma_b \ll 1$, и только в нерелятивистском случае ($\gamma \rightarrow 1$) условием возникновения неустойчивости является требование $1 < \sigma_b$ – превышение током пучка предельного тока Пирса. Увеличение массы ионов при фиксированном γ приводит к расширению области устойчивости системы.

В заключение обсудим вопрос о нелинейной динамике резонансной бунемановской неустойчивости. В работе /3/ показано, что нелинейная динамика бунемановской неустойчивости зависит от значения параметра $\lambda = \sigma_b u_e^2 / c^2$. При $\lambda < 1$ со временем наблюдается полный срыв электронного тока в плазме, при $\lambda > 1$ из-за действия индукционного электрического поля, поддерживающего ток /4/, его срыв отсутствует. Однако, эти выводы получены на основе анализа слабoreлятивистских уравнений бунемановской неустойчивости, справедливых при $\gamma^{-3} < \nu$. Поэтому, значительная часть области неустойчивости, представленная на рис. 2, к настоящему времени на уровне нелинейной теории ещё не рассмотрена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. М., Наука, 1975.
2. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Санадзе Г. В. ЖЭТФ, **89**, 1591 (1985).
3. Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Бобылев Ю. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 14 (1988).
4. Владыко В. Б., Рудяк Ю. В., Рухлин В. Г. ЖТФ, **55**, 1863 (1985).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 21 марта 1989 г.