

## О КАЛИБРОВОЧНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ МОДЕЛЕЙ ТЕОРИИ БОЛЬШОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ В СТАТИСТИКЕ

О.К. Калащников, Л.В. Разумов

*Сформулирован рецепт введения в лагранжев формализм теории большого объединения химических потенциалов, дуальных к неабелевым зарядам. Показано, что расчеты в рамках петлевого разложения над новым вакуумом обеспечивают калибровочную инвариантность физических величин.*

Изучение термодинамических и кинетических свойств моделей теории большого объединения (ТБО) в статистике (в частности, при конечных плотностях внешних зарядов) является одной из важнейших задач современной теоретической физики, и таким исследованиям в настоящее время уделяется все возрастающее внимание. При статистическом описании квантовопольевых моделей выход за рамки стандартного формализма теории поля осуществляется введением температуры и переходом к новому гамильтониану  $H' = H - \mu_1 Q_1$ , который определяет производящий функционал модели при  $T$ ,  $\mu_1 \neq 0$  по известным правилам [1]. Набор операторов заряда  $Q_1$  фиксируется заданием внешних условий и является набором сохраняющихся и взаимно коммутирующих операторов, построенных с помощью теоремы Нетер. Все химические потенциалы  $\mu_1$  входят в  $H'$  линейно и формально несут равную смысловую нагрузку, являясь дуальными величинами к соответствующим  $Q_1$ .

При лагранжевом описании моделей ТБО с  $\mu_1 \neq 0$  формализм модифицируется и химические потенциалы в своем большинстве определяют эффективное действие существенно нелинейным образом. Исключения составляют лишь  $\mu_1$ , фиксирующие глобальные свойства теории (например, потенциалы, обеспечивающие сохранение фермионных зарядов), которые по-прежнему входят в лагранжиан линейно и не вносят в расчетную схему каких-либо трудностей. Хорошо развит также формализм статистического описания моделей с  $\mu_1$ , фиксирующими абелевы заряды [2, 3, 4]. Их введение эквивалентно сдвигу соответствующего абелева калибровочного поля  $A_\mu$  на постоянный вектор согласно простому правилу

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + i\mu_1 u_\mu / e, \quad (1)$$

и такой рецепт (где  $u_\mu = (0, 1)$ ) подтверждается реализацией гамильтонова формализма после определения  $H'$ . Фиксировать неабелевы заряды значительно труднее, и сегодня ситуация такова, что рецепт (1) в применении к неабелевым полям не является исчерпывающим и нуждается в модификации. Цель данной работы — показать, как в случае фиксации неабелевых зарядов минимальным образом дополнить рецепт (1), чтобы петлевые расчеты в рамках нетривиальных приближений сохраняли калибровочную инвариантность физических величин.

Непосредственные вычисления выполняются нами (так же как в работах [3, 5, 6]) в рамках упрощенной модели Вайнберга — Салама

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} (G_{\mu\nu}^i)^2 - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - \bar{\psi}_L \gamma_\mu \left[ (\partial_\mu + i \frac{\tilde{g}}{2} B_\mu) I - ig \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i \right] \psi_L - \\ & - \bar{e}_R \gamma_\mu (\partial_\mu + i \tilde{g} B_\mu) e_R - \left| \left\{ (\partial_\mu - i \frac{\tilde{g}}{2} B_\mu) I - ig \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i \right\} \Phi \right|^2 - \frac{\lambda^2}{2} (\Phi^\dagger \Phi - \frac{a^2}{2\lambda^2})^2, \end{aligned} \quad (2)$$

которая в условиях конечной плотности внешних зарядов обобщается введением трех химических потенциалов стандартного вида /5, 6/. Один из них ( $\mu_2$ ) фиксирует глобальные свойства теории; два других ( $\mu_1$  и  $\mu_3$ ) вводятся посредством сдвига электромагнитного поля  $A_\mu$  и нейтрального векторного поля  $Z_\mu$  в соответствии с рецептом (1)

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{i}{g} \frac{\mu_1}{\sin \theta} u_\mu, Z_\mu \rightarrow Z_\mu + 2 \frac{i}{g} \frac{\mu_3 \cos \theta}{\cos 2\theta} u_\mu. \quad (3)$$

Непертурбативный вакуум в спонтанно нарушенной фазе, где  $\xi, \mu_1 \neq 0$ , фиксируется квадратичной формой преобразованного действия, которое является результатом сдвига скалярных и векторных полей на величину их классического значения. Преобразованное действие (по сравнению с исходным) имеет более сложную форму, для которой характерно появление новых структур (в частности, линейных членов и новых вершин), переопределение (за счет  $\mu_1$ ) ковариантных производных, а также генерация массовых членов, если  $\xi \neq 0$ . Более того, если одновременно  $\xi$  и  $\mu_1 \neq 0$ , то, как правило, новые функции Грина (или их часть), определяющие квадратичную форму преобразованного действия, оказываются матричными, причем среди них всегда существует хотя бы одна матрица (для модели (2) в заряженном бозонном секторе)

$$D_{(c)}^{-1} = \begin{pmatrix} (p_W^2 + M_W^2) \delta_{\mu\nu} - p_\mu^W p_\nu^W & iM_W p_\mu \\ -iM_W p_\nu & (p_h^2 + m_h^2) \end{pmatrix} \quad (4)$$

с отличным от нуля детерминантом. В (4)  $M_W = g\xi/2$ , а перечеркнутые импульсы определяются равенствами  $p_\mu^W = p - iu(\mu_1 - \mu_3 - x)$ ,  $p_\mu^h = p - iu(\mu_1 - \mu_3)$  и  $p = p - iu(\mu_1 - \mu_3 + x)$ , где  $x = \mu_3/\cos 2\theta$ . Преобразованная теория над новым вакуумом перестает быть вырожденной, а следовательно, и калибровочно инвариантной, во всяком случае в рамках теории возмущений. Именно этот факт и подтверждают однопетлевые вычисления ряда авторов /5, 6/, выполненные в различных калибровках при  $\xi, \mu_1 \neq 0$ . Все полученные результаты существенно зависят от калибровки, причем эта зависимость оказывается весьма радикальной (см., например, кривые для W-конденсации в работах /3, 5/ и /6/). Такая ситуация является явно неудовлетворительной, причем дело усложняется еще и тем, что пока отсутствует строгое доказательство калибровочной инвариантности ТБО с  $\mu_1 \neq 0$ . В этой связи, руководствуясь чисто прагматическими целями, мы считаем уместным требовать (даже над новым вакуумом) калибровочную инвариантность разложения по петлям и считать это условие одним из ключевых принципов используемых расчетных схем. Реализация этого условия предполагает, что, как минимум, детерминанты всех матриц, определяющих квадратичную форму преобразованного классического действия, должны равняться нулю и поэтому рецепт (1), (3) необходимо усовершенствовать, снабдив его дополнительным предписанием. Последнее заключается в том, что кроме сдвига полей в модели (2), согласно (3), новое квантовое действие должно дополняться некоторыми членами ( $L \rightarrow L + L_A$ )

$$L_A = -2x \left\{ h^{(+)} i(u p_W) h^{(-)} + M_W u_\mu (h^{(+)} W_\mu^{(-)} - W_\mu^{(+)} h^{(-)}) \right\}, \quad (5)$$

которые пропорциональны  $\mu_1$ , введенным исключительно к неабелевым степеням свободы, и строятся с использованием нефизических голдстоуновских полей ( $h^{(\pm)}$ ). В унитарной калибровке выражение (5) зануляется и рецепт (1), (3) остается без изменения а, следовательно, не меняются все результаты ранее выполненных вычислений /5/, которые теперь будут перевоспроизводиться в любой другой калибровке. Конструктивно дополнительные члены (5) строятся путем выравнивания производных в матрице  $D_{(c)}^{-1}$ , причем за эталон принимается удлиненный импульс  $p_W$ .

Продемонстрируем целесообразность использования членов (5) в модели (2), вычислив ее термодинамический потенциал, после доопределения (2) калибровочными членами

$$L_g = - \frac{1}{\rho} |\delta_{\mu}^w W_{\mu}^{(-)} - \rho M_w h^{(-)}|^2 - \frac{1}{2} (\partial_{\mu} Z_{\mu} + \gamma h_3)^2 - \frac{1}{2} (\partial_{\mu} A_{\mu})^2 \quad (6)$$

и гостовскими (фиктивными) полями /7/. При этом ограничимся только заряженным сектором теории, так как именно  $\det D_{(c)}^{-1} \neq 0$ , чего нельзя сказать о всех остальных матрицах в (2) при  $\xi, \mu_i \neq 0$ . Как следствие последнего факта, все вычисления в нейтральном секторе модели (2) являются самосогласованными и сами по себе калибровочно инвариантны /4/. В заряженном секторе для матрицы  $D_{(c)}^{-1}$  сформулированное нами необходимое условие не выполняется ( $\det D_{(c)}^{-1} \neq 0$  на классическом уровне), и этот факт сразу же проявляет себя в вычислениях, в частности, на однопетлевом уровне. Для калибровочной инвариантности необходимо, чтобы отношение двух детерминантов (матрицы  $D_{(c)}^{-1}$  с учетом (6) и детерминанта гостовских полей)

$$\frac{\det D_{(c)}^{-1}}{[\det G^{-1}]^2} = \frac{1}{\rho} \frac{(p_w^2 + M_w^2)^2}{(p_w^2 + \rho M_w^2)^2} \left\{ (\rho - 1) 4M_w^2 x^2 (u_{p_w})^2 + \right. \\ \left. + (p_w^2 + \rho M_w^2) [(p_h^2 + m_h^2) (p_w^2 + M_w^2) + 4M_w^2 x^2] \right\}, \quad (7)$$

которое на массовой поверхности  $\xi$  определяет термодинамический потенциал теории, не являлось бы на этой массовой поверхности функцией калибровочного параметра  $\rho$  или зависело бы от  $\rho$  не более чем мультипликативным образом. Массовая поверхность  $\xi$  определяется в данном случае древесными уравнениями движения  $\xi^2 = (2x^2 + a^2)/\lambda^2$ , и легко убедиться, после несложных преобразований, что ожидаемое сокращение  $\rho$  (если  $\mu_3 \neq 0$ ) не имеет места в (7). Ситуация качественно меняется при учете членов (5). Теперь соответствующая матрица изменяется

$$D_{(c)}^{-1} = \begin{vmatrix} (p_w^2 + M_w^2) \delta_{\mu\nu} + (1/\rho - 1) p_{\mu}^w p_{\nu}^w & 0 \\ 0 & [p_w^2 + \rho M_w^2 + (\lambda^2 \xi^2 - a^2)/2 - x^2] \end{vmatrix},$$

и на массовой поверхности  $\xi$  отношение двух детерминантов лишь тривиально зависит от калибровки

$$\det D_{(c)}^{-1} / [\det G^{-1}]^2 = (p_w^2 + M_w^2)^3 / \rho \quad (8)$$

и определяется только физическими спектрами изучаемой теории. Однопетлевой термодинамический потенциал заряженного сектора модели (2) непосредственно определяется логарифмом выражения (8)

$$\Omega/v = 3 \int (2\pi)^{-3} d^3 p \ln \left\{ [1 - \exp(-\beta(\sqrt{p^2 + M_w^2} - \mu_w))] [1 - \exp(-\beta(\sqrt{p^2 + M_w^2} + \mu_w))] \right\},$$

и легко убедиться, что вычисления в любой другой калибровке с учетом членов (5) приводят к тому же результату. При этом важно отметить, что члены (5) сами по себе не зависят от выбора калибровки и поэтому такое доопределение квантового действия может иметь под собой более глубокую основу, чем просто удачный выбор нулевого приближения непертурбативной расчетной схемы. Важно также и то, что предложенный нами способ поиска дополнительных членов (5) к преобразованному лагранжиану является модельно независимым и не исключено, что такие или аналогичные члены будут получены регулярным образом.

Авторы признательны Е.С. Фрадкину за постоянное внимание к работе, И.А. Баталину за плодотворные обсуждения ее отдельных аспектов и Н.В. Михееву за ряд полезных замечаний.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Фрадкин Е. С. ЖЭТФ, 29, 121 (1955); Труды ФИАН, 29, 7 (1965).
2. Калашников О. К., Климов В. В. ЯФ, 31, 1357 (1980); Karusta J. I. Phys. Rev., D24, 426 (1981).
3. Калашников О. К., Перес Рохас Х. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 2, 23 (1986); Nucl. Phys., B293, 241 (1987).
4. Калашников О. К., Разумов Л. В. ЯФ, 48, № 9 (1989).
5. Kalashnikov O. K., Pérez Rojas H. Helsinki University preprint HU-TFT-87-52; Phys. Rev. D. to be published 1989.
6. Ferrer E., de la Incera V., Shabad A. E. Nucl. Phys., B309, 120 (1988).
7. Batalin I. A., Vilkovisky G. A. Phys. Lett., B69, 309 (1977).

Поступила в редакцию 30 марта 1989 г.