Краткие сообщения по физике № 8-1989 г.

УДК 538.971

О ЛОКАЛИЗАЦИИ МАГНИТОПОВЕРХНОСТНЫХ СОСТОЯНИЙ В НЕОДНОРОДНОЙ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЕ

Г.В. Мильников *, И.М. Соколов

Рассматривается задача о поведении двумерной неупорядоченной системы в сильном магнитном поле. Исследуется распределение длин локализации возникающих в такой системе магнитоповерхностных состояний.

В настоящей работе исследуются свойства магнитоповерхностных состояний в двумерных неупорядоченных системах. Такая задача представляется актуальной, например, в связи с тем, что целочисленный эффект Холла может быть объяснен на основе дрейфового приближения, согласно которому ток в системе может быть выражен только через свойства граничных состояний /1, 2/. При этом считается, что размер системы $L \to \infty$. В дрейфовом приближении рассматриваются по существу квазиклассические состояния, которые соответствуют действительным корням $k(x)$ уравнения

$$V(x, l^2 k) = E, \tag{1}$$

где $V(x, y)$ – плавный случайный потенциал /3, 4/. Однако в системе существуют также локализованные состояния, соответствующие комплексным корням уравнения (1), которые на перколяционной картине просто не видны. Суперпозиция таких состояний, удовлетворяющая определенным граничным условиям, является магнитоповерхностным состоянием в системе. При конечных L вклад этих состояний в кинетику системы может оказаться существенным, поскольку среди них есть состояния со сколь угодно большой длиной локализации. Для анализа этого вклада определяющим является спектр длин локализации состояний в системе. Он, в свою очередь, определяется свойствами случайного потенциала $V(x, y)$, а именно, спектром комплексных корней уравнения (1). Данная работа посвящена вычислению этого спектра.

В силу однородности и изотропности $V(x, y)$ достаточно рассмотреть решения $k(x)$ уравнения (1) при фиксированном x. Таким образом, нас будет интересовать задача о нахождении среднего числа корней уравнения $V(x) = E$ с $\mathrm{Im}\, x \in (\gamma, \gamma + d\gamma)$, $\mathrm{Re}\, x \in [0, L]$, где $V(x)$ – одномерный случайный процесс. В дальнейшем мы будем рассматривать однородный гауссов процесс

$$V(x) = \sum_k V_k \exp(ikx) \tag{2}$$

с автокорреляционной функцией

$$B(x - x') = \sum_k \langle |V_k|^2 \rangle \exp(ik(x - x')) \tag{3}$$

и радиусом корреляции λ. Предположим, что реализации $V(x)$ допускают аналитическое продолжение на комплексную плоскость $x \to x_1 + ix_2$. Правомерность этого предположения обсудим ниже.

Рассмотрим $V(x_1 + ix_2)$ как случайную функцию x_1 и x_2. Нетрудно проверить следующие свойства. Если $V(x_1 + ix_2) = v_1(x_1 x_2) + iv_2(x_1 x_2)$, то

* МГУ, физический факультет.

$$\partial v_1/\partial x_1 = \partial v_2/\partial x_2 \equiv u_2(x_1 x_2), \quad \partial v_1/\partial x_2 = -\partial v_2/\partial x_1 \equiv u_1(x_1 x_2),$$

$$
\begin{aligned}
&\langle v_1 v_2\rangle = \langle u_1 u_2\rangle = \langle u_1 v_2\rangle = \langle u_2 v_1\rangle = 0,\\
&\langle u_2^2\rangle \equiv \delta_2^2 = \sum_k \langle |V_k|^2\rangle k^2 \operatorname{ch}^2 kx_2,\\
&\langle u_1^2\rangle \equiv \delta_1^2 \equiv \sum_k \langle |V_k|^2\rangle k^2 \operatorname{sh}^2 kx_2,\\
&\langle v_1^2\rangle \equiv \sigma_1^2 = \sum_k \langle |V_k|^2\rangle \operatorname{ch}^2 kx_2,\\
&\langle v_2^2\rangle \equiv \sigma_2^2 = \sum_k \langle |V_k|^2\rangle \operatorname{sh}^2 kx_2,\\
&\langle u_1 v_1\rangle \equiv \sigma_1\delta_1\rho_1, \quad \langle u_2 v_2\rangle \equiv \sigma_2\delta_2\rho_2,\\
&\sigma_1\delta_1\rho_1 = \sigma_2\delta_2\rho_2 = (1/2)\sum_k \langle |V_k|^2\rangle k \operatorname{sh} 2kx_2.
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Число корней уравнения $V = E$ с $x_1 \in (z, z + dz)$, $x_2 \in (\gamma, \gamma + d\gamma)$ с учетом (4) может быть записано в виде

$$N(z, \gamma)dzd\gamma = \int_z^{z+dz} dx_1 \int_\gamma^{\gamma+d\gamma} dx_2 \left(u_1^2(x_1 x_2) + u_2^2(x_1 x_2)\right)\delta(v_2(x_1 x_2))\delta(v_1(x_1 x_2) - E). \tag{5}$$

После усреднения по реализациям получим

$$N(z, \gamma) = \langle (u_1^2 + u_2^2)\delta(v_2)\delta(v_1 - E)\rangle. \tag{6}$$

Выполнить усреднение в (6) несложно. Совместное распределение u_1, u_2, v_1, v_2 дается четырехмерным гауссовым распределением, которое с учетом (5) имеет вид:

$$P(u_1 u_2 v_1 v_2) = \left[(2\pi)^2\sigma_1\sigma_2\delta_1\delta_2\sqrt{(1-\rho_1^2)(1-\rho_2^2)}\right]^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_1^2)} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\frac{u_1^2}{\delta_1^2} - \frac{2\rho_1 u_1 v_1}{\delta_1\sigma_1} + \frac{v_1^2}{\sigma_1^2}\right) - \frac{1}{2(1-\rho_2^2)}\left(\frac{u_2^2}{\delta_2^2} - \frac{2\rho_2 u_2 v_2}{\delta_2\sigma_2} + \frac{v_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right].$$

Усреднение окончательно дает

$$N(z, \gamma) = (2\pi\sigma_1\sigma_2)^{-1} \exp(-E^2/2\sigma_1^2)\left[\delta_1^2(1 - \rho_1^2 + \rho_1^2 E^2/\sigma_1^2) + \delta_2^2(1-\rho_2^2)\right]. \tag{7}$$

Из (5) видно, что, как и следовало ожидать, в (7) нет зависимости от z.

При выводе (7) использовалась возможность замены x на $x_1 + ix_2$ в выражениях (2), (3). Для того, чтобы такая замена имела смысл, надо, чтобы фурье-компоненты V_k с ростом $|k|$ спадали быстрее экспоненты. Для произвольного случайного процесса это не так. Однако следует помнить, что мы имеем дело с уравнением (1), описывающим дрейф электрона в магнитном поле и в случайном потенциале, так что флуктуации на малых масштабах $k > l^{-1}$ (l – магнитная длина) должны быть несущественны. Действительно, как показано в /3/, в уравнение (1) входит величина

$$V(x, y) = \sum_k V_k(x)\, e^{iky} e^{-k^2 l^2/4},$$

где $V_k(x)$ – "настоящий" фурье-образ исходного случайного потенциала по второму аргументу. Таким образом, при $k > l^{-1}$ фурье-компоненты исходного случайного потенциала подавляются, а ряды (2), (3) допускают аналитическое продолжение. С учетом этого можно вычислить входящие в (7) величины. Так, если для исходного потенциала $B(x) = B(0)e^{-a|x|}$, $a = 1/\lambda$, то при малых γ вычисление дает

$$N(\gamma) \cong (2\pi)^{-1} e^{-E^2/2B(0)} (2/\pi)^{1/4} \gamma/l^2\sqrt{\lambda l}.$$

После замены $x = l^2 k$ выражение (7) дает распределение мнимых частей квазиклассического волнового вектора.

Магнитоповерхностные состояния, существующие в системе, являются суперпозицией квазиклассических состояний, соответствующих различным решениям k уравнения (1), и зависят от граничных условий. Характерная длина локализации этих состояний может быть определена как среднее от наименьшего Im k, входящего в эту суперпозицию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Апенко С. М., Лозовик Ю. Е. ДАН, 281, № 5, 1098 (1985).
2. Апенко С. М., Лозовик Ю. Е. ЖЭТФ, 89, № 2, 573 (1985).
3. Мильников Г. В., Соколов И. М. Письма в ЖЭТФ, 48, вып. 9, 494 (1988).
4. Tsukada M. J. Phys. Soc. Japan, 41, 1466 (1976).

Поступила в редакцию 6 апреля 1989 г.