Краткие сообщения по физике № 8-1989 г.

УДК 533.9

ДЛИНЫ ПОВОРОТА ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗИРОВАННОЙ НЕИДЕАЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

С.А. Майоров, А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Методом динамики многих частиц вычислены длины пробега электронов в неидеальной плазме, соответствующие углу поворота скорости на угол $\pi/2$.

Процессы переноса в плазме /1/, как правило, рассматривают исходя из приближения эффективных парных кулоновских столкновений. Для применимости такой квазибинарной теории /2–4/ необходимо, чтобы кулоновский логарифм $\Lambda = \ln\sqrt{1 + 9/4\pi\delta_{ei}}$ был большой величиной: $\Lambda \gg 1$. Здесь $\delta_{ei} = z^3(z+1)e^6N_i/T^3$ – параметр, характеризующий идеальность плазмы по электрон-ионному взаимодействию; N_i, ez – плотность и заряд ионов; T – температура плазмы. Это условие намного жестче обычного условия идеальности плазмы: $\delta_{ei} \ll 1$. Например, $\Lambda \gtrsim 10$ лишь при $\delta_{ei} \lesssim 2\cdot10^{-9}$. Поэтому представляет интерес непосредственное вычисление средних длин пробега электронов методом динамики многих частиц (ДМЧ) при $10^{-9} \ll \delta_{ei} \lesssim 1$ и сравнение результатов с квазибинарной теорией.

Общая постановка задачи аналогична /5–7/. Численно решались уравнения Ньютона для zn электронов и n положительно заряженных ионов. Частицы считались помещенными в куб с зеркально отражающими стенками. Длина ребра куба выбиралась такой, чтобы обеспечить заданную плотность частиц. Начальное распределение частиц задавалось случайным, в соответствии с максвелловским распределением при температуре T_0.

Длина поворота $l_{\pi/2}(\epsilon)$ определялась как длина траектории, которую проходит частица до того момента, когда взаимодействие с другими частицами приведет к изменению направления импульса на угол, равный $\pi/2$. Момент времени t_1, соответствующий повороту на $\pi/2$, фиксировался для того временного шага, при котором выполнялось условие $v_k(t_0)\tilde{v}_k(t_1) \leqslant 0$, где $v_k(t_0)$ – скорость k-й частицы в начальный момент времени, $\tilde{v}_k(t_1)$ – значение ее скорости в момент времени t_1 за вычетом изменений направления, связанных с отражением от стенок.

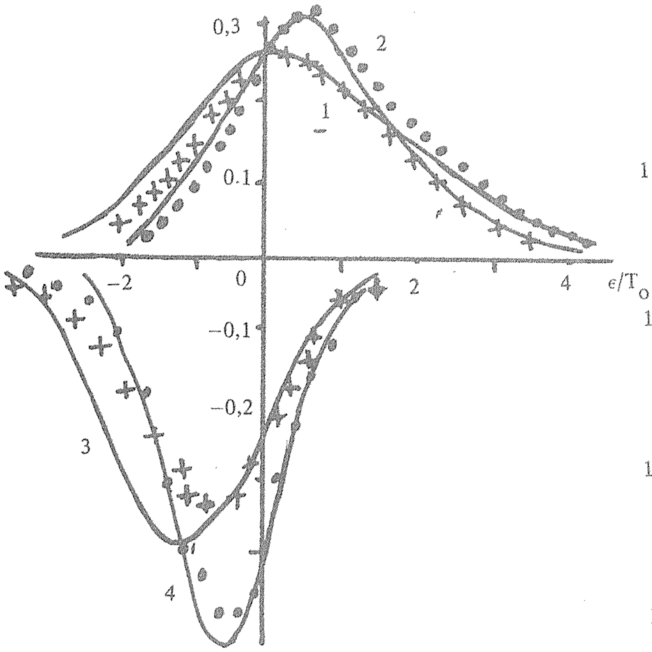
Расчеты показали, что за время пролета среднего межчастичного расстояния /5, 7/ формируется квазистационарное переохлажденное состояние плазмы. Полная энергия системы перераспределяется. Функции распределения электронов и ионов по скоростям остаются максвелловскими даже в существенно неидеальной плазме ($\delta_{ei} \approx 0{,}5$), но температуры ионов T_i и электронов T_e несколько повышаются (при этом $T_e \geqslant T_i$). На распределение частиц по полной энергии существенное влияние оказывают микрополя. Уже при $\delta_{ei} \approx 0{,}1$ около половины частиц имеют отрицательную энергию. Это и приводит к возрастанию температуры. В данных расчетах нагрев препятствует получению плазмы с $\delta_{ei} > 0{,}5$. Вплоть до $\delta_{ei} \approx 0{,}5$ функция распределения частиц по полной энергии хорошо описывается сверткой распределений Максвелла $f_M = \sqrt{4y/\pi}\ e^{-y}$ и Гаусса $f_G = (1/\sqrt{2\pi}\,\sigma)\exp[(y - \bar{y})^2/2\sigma^2]$. Здесь y – энергия, измеряемая в единицах температуры; $\bar{y}$ – среднее значение потенциальной энергии; σ – ее дисперсия.

Полагая в соответствии с /8/ $\sigma^2 = \bar{y} = 2\sqrt{\pi\delta_{ei}}$, получаем:

$$f(y) = 2^{3/4}(\pi\delta_{ei})^{1/8}\exp(-y^2/8\sqrt{\pi\delta_{ei}} - y - \sqrt{\pi\delta_{ei}})V(1, y/\sqrt{2}\,(\pi\delta_{ei})^{1/4}) =$$

$$= \begin{cases} (2\sqrt{y/\pi})\exp(-y - \sqrt{\pi\delta_{ei}}), & y \gg 2\sqrt{\pi\delta_{ei}},\quad y > 0; \\ (\pi\sqrt{\delta_{ei}}/2)\exp[-(y + 2\sqrt{\pi\delta_{ei}})^2/4\sqrt{\pi\delta_{ei}}]\,/\,(y + 2\sqrt{\pi\delta_{ei}})^{3/2}, & |y| \gg 2\sqrt{\pi\delta_{ei}},\quad y < 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $V(1, x)$ – функция параболического цилиндра /9/.



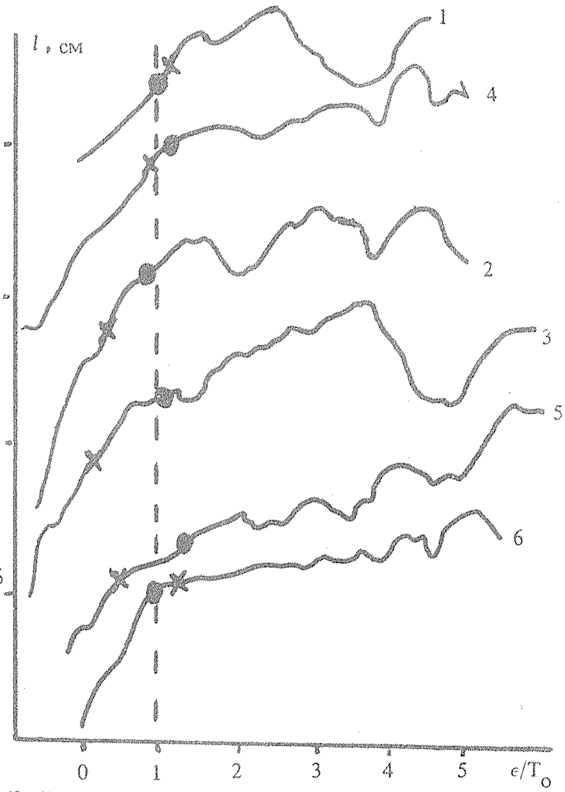


Рис. 1. Распределения электронов по полной (1, 2) и потенциальной (3, 4) энергиям. Точки – расчет методом ДМЧ. Сплошные кривые – расчет по формуле (1) и распределение Гаусса для системы из 2n = 1024 частиц с $N_i = 10^{18}$ см$^{-3}$ со временем усреднения $t = 50\,\tau_{ei}$, где $\tau_{ei} = N_i^{-1/3}(m_e/3T_o)^{1/2}$ – время пролета электроном среднего межионного расстояния для двух значений температуры: $T_o = 0{,}25$ эВ (1, 3); 0,5 эВ (2, 4). Соответственно $T_i = 0{,}3$ эВ; 0,51 эВ; $T_e = 0{,}42$ эВ; 0,62 эВ; $\delta_{ei} = 0{,}1$ и 0,03.

Рис. 2. Зависимость длин поворота электронов от их начальной полной энергии. На кривых отмечено: ● – значение длины поворота, усредненной по вычисленной методом ДМЧ функции распределения, x – значение, определяемое квазибинарной теорией (3). Параметры расчетов: 1 – водород (H), 2n = 250, $T_o = 1$ эВ, $N_i = 10^{15}$ см$^{-3}$, $t = 1000\tau_{ei}$, $N_{\pi/2} = 117$; 2 – H, 2n = 250, $T_o = 1$ эВ, $N_i = 10^{17}$ см$^{-3}$, $t = 500\tau_{ei}$, $N_{\pi/2} = 4490$; 3 – H, 2n = 250, $T_o = 1$ эВ, $N_i = 10^{18}$ см$^{-3}$, $t = 50\tau_{ei}$, $N_{\pi/2} = 517$; 4 – H, 2n = 1024, $T_o = 0{,}01$ эВ, $N_i = 10^{12}$ см$^{-3}$, $t = 50\tau_{ei}$, $N_{\pi/2} = 2250$; 5 – Li, 4n = 256, $T_o = 9$ эВ, $N_i = 9\cdot10^{19}$ см$^{-3}$, $t = 100\tau_{ei}$, $N_{\pi/2} = 1410$; 6 – Ne, 11n = 704, $T_o = 100$ эВ, $N_i = 10^{21}$ см$^{-3}$, $t = 50\tau_{ei}$, $N_{\pi/2} = 1900$.

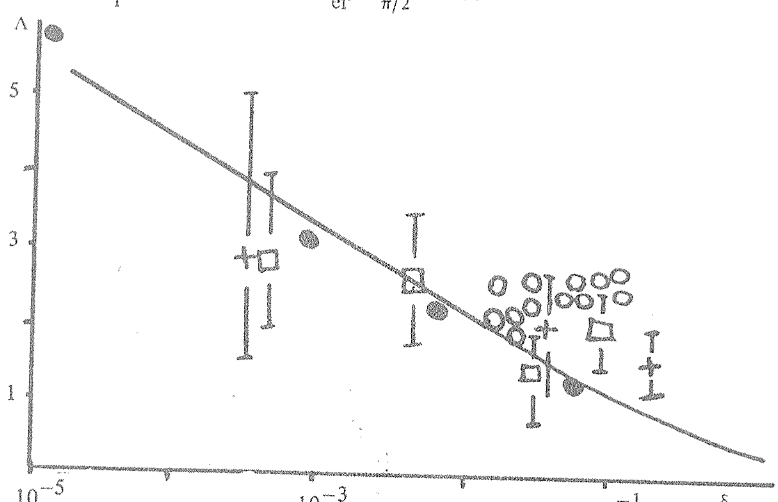


Рис. 3. Кулоновский фактор, полученный из расчетов методом ДМЧ длин поворота электронов в зависимости от степени неидеальности $\delta_{ei} = z^3(z+1)e^6 N_i/T_e$. Параметры расчетов: ● – водород (H), 2n = 250, $T_o = 1$ эВ, $N_i = 10^{15}, 10^{17}, 10^{18}, 10^{19}$ см$^{-3}$, o – H, 2n = 1024, $T_o = 0{,}1 \div 1$ эВ, $N_i = 10^{12} \div 10^{20}$ см$^{-3}$, □ – Li, 4n = 256, $T_o = 9$ эВ, $N_i = 10^{18}, 10^{19}, 10^{20}, 10^{21}$ см$^{-3}$, + – Ne, 11n = 704, $T_o = 100$ эВ, $N_i = 10^{19}, 10^{20}, 10^{21}$ см$^{-3}$. Сплошная линия – классический кулоновский логарифм.

Как видно из рис. 1, распределение (1) хорошо согласуется со сверткой полученных из ДМЧ расчетов распределений электронов по потенциальной и кинетической энергиям. Таким образом, распределения по потенциальной и кинетической энергиям даже в неидеальной плазме статистически слабо связаны.

Изложенным выше способом рассчитаны зависимости длины поворота $l_{\pi/2}$ электронов от их начальной полной энергии ϵ (рис. 2). Проводилось сглаживание зависимости $l_{\pi/2}$ (ϵ) с помощью усреднения в энергетических интервалах $\Delta\epsilon = 0{,}3T_0$. Среднее значение длины поворота

$$\overline{l}_{\pi/2} = \int_{-2T_0}^{8T_0} f(\epsilon) l_{\pi/2}(\epsilon) d\epsilon \tag{2}$$

сопоставлено с выражением

$$l = 3T_e^2/4\sqrt{\pi}\,\Lambda e^4 z^2 N_i, \tag{3}$$

обычно используемым при вычислении средней длины свободного пробега электрона /1, 4/. Соответственно введен кулоновский фактор $\widetilde{\Lambda} = 2{,}06 \cdot 10^{13}\ T_e^2$ (эВ)$/\overline{l}_{\pi/2} z^2 N_i$ (см$^{-3}$), который для идеальной плазмы должен совпадать с кулоновским логарифмом Λ.

Расчеты показывают (рис. 2), что средняя длина поворота $\overline{l}_{\pi/2}$ близка к $l_{\pi/2}(T_0)$ -длине поворота электрона, имевшего начальную энергию $\epsilon = T_0$.

Точность определения средних значений длин поворота определяется числом столкновительных поворотов рассматриваемого электрона на угол $\pi/2$. Критерием достаточной длительности расчета является требование, чтобы каждая рассматриваемая частица испытала много столкновений (поворотов на $\pi/2$), а не, казалось бы, естественное, но в действительности излишне мягкое, условие $N_{\pi/2} \gg (z + 1)n$ (где $N_{\pi/2}$ – число столкновений для всех частиц). В противном случае имеет место значительное занижение длин поворота при больших энергиях. Оценка погрешности в вычислении $\overline{l}_{\pi/2}$ получена на основе анализа разброса значений $l_{\pi/2}(\epsilon)$ в диапазоне $0{,}5T_0 < \epsilon < 3T_0$.

Сопоставление средних длин поворота на угол $\pi/2$, полученных на основе расчетов методом ДМЧ (2), и средних длин свободного пробега (3), даваемых квазибинарной теорией, приводит к выводу о хорошем согласии этих величин вплоть до $\delta_{ei} \approx 10^{-2} (\Lambda \approx \widetilde{\Lambda} \approx 2)$. При бóльших δ_{ei} кулоновский фактор, по-видимому, ограничен снизу, оставаясь даже при $\delta_{ei} \approx 0{,}2$ величиной $\widetilde{\Lambda} \approx 2$ (рис. 3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский С. И. В сб. Вопросы теории плазмы, вып. 1, под ред. М.А. Леонтовича, М., Госатомиздат, 1963, с. 183.
2. Langmuir L. Proc. Nat. Acad. **14**, 627 (1928).
3. Ландау Л. Д. Phys. Z. Sow. Union, **10**, 328 (1936); ЖЭТФ, **7**, 203 (1937); Собрание трудов, под ред. Е.М. Лифшица. М., Наука, 1969, т. 1, с. 199.
4. Сивухин Д. В. В сб. Вопросы теории плазмы, вып. 4, под ред. М.А. Леонтовича, М., Атомиздат, 1964, с. 81.
5. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 33 (1987).
6. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. ДАН СССР, **299**, 106 (1988).
7. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма ЖТФ, **14**, 354 (1988).
8. Алямовский В. Н. ЖЭТФ, **42**, 1536 (1962).
9. Справочник по специальным функциям, под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М., Наука, 1979.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 21 апреля 1989 г.