Краткие сообщения по физике № 8-1989 г.

УДК 539.17

НОВЫЙ ВИД ФОРМУЛЫ АНДЕРСОНА – ТОЛМЕНА ДЛЯ КОНТУРА СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

Э.Г. Пестов

Найдена лоренцовская модификация формулы Андерсона – Толмена с зависящими от давления и частоты шириной и сдвигом контура спектральных линий. Формула для сдвига дает теоретическое объяснение возможности изменения его знака при повышении давления газа.

В работе Андерсона и Толмена /1/ получена формула для контура спектральных линий (КСЛ) газообразных квантовых систем, описывающая весь спектр поглощения (излучения), при произвольных давлениях примесного газа:

$$I_0(\omega) = (1/2\pi)\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\,[i\omega\tau - NV(\tau)]d\tau. \tag{1}$$

Здесь $\omega = \omega_0 - \omega_{mn}$ – расстройка частоты электромагнитного поля (ЭМП) относительно частоты перехода ω_{mn} между энергетическими уровнями m, n активных атомов; N – концентрация примесных частиц; функция $V(\tau)$, называемая "столкновительным объемом", характеризует влияние упругих столкновений на КСЛ

$$V(\tau) = 2\pi v \int_0^{\infty} \rho\, d\rho \int_{-\infty}^{\infty} dt\,(1 - \exp\,[-i \int_0^{\tau}\Delta U(t - t')dt']), \tag{2}$$

где ρ – прицельный параметр; v – скорость относительного движения атомов (поток возмущающих частиц предполагается монокинетическим); $\Delta U(t - t')$ – адиабатическое возмущение частоты перехода $m \to n$, зависящее от t и t' через расстояние между сталкивающимися частицами $r(t - t')$:

$$\Delta U(t - t') = c_p r^{-p}(t - t'),\ \ r^2(t - t') = \rho^2 + v^2(t - t')^2. \tag{3}$$

Формула (1) получена в предположении квазиклассичности относительного движения частиц и адиабатичности возмущений с учетом аддитивности скалярного мультипольного взаимодействия (3). Из этой формулы в частных случаях высоких и низких концентраций примесного газа следуют соответственно статистическая и ударная теории столкновительного уширения КСЛ /2, 3/. Важное достоинство формулы Андерсона – Толмена (1) состоит в том, что она не только "перебрасывает мост" между ударной и статистической теориями эффектов давления, но и оказывается пригодной для описания уширения КСЛ в области промежуточных давлений. Однако эта формула имеет и недостатки. Во-первых, из нее не видно, как зависят от давления ширина и сдвиг КСЛ. Во-вторых, остается открытым вопрос о том, каким образом с помощью (1) можно определить дисперсионные характеристики среды. В-третьих, формула (1) в представленном виде не может быть обобщена на случай сильного ЭМП, поскольку в ней не содержится информация об эффекте насыщения населенностей энергетических уровней.

Задачей настоящей работы является получение нового вида формулы Андерсона – Толмена, в котором отсутствуют отмеченные недостатки.

Из выражения (2) для функции $V(\tau)$ следует, что формула (1) может быть представлена в виде

$$I_0(\omega) = (1/\pi)\mathrm{Re}\, I(\omega),\ \ I(\omega) = \int_0^{\infty}\exp\,[i\omega\tau - NV(\tau)]d\tau. \tag{4}$$

После интегрирования $I(\omega)$ по частям получим

$$I(\omega) = -(1/i\omega) + (N/i\omega) \int_0^\infty V'(\tau) \exp [i\omega\tau - NV(\tau)]\, d\tau, \tag{5}$$

где $V'(\tau) \equiv dV(\tau)/d\tau$. Прибавим и вычтем в подынтегральном выражении (5) из $V'(\tau)$ пока неизвестную функцию $g(N, \omega)$, не зависящую от τ. Тогда с учетом (4) имеем $I(\omega) = [1 - G(\omega)]/[Ng(N, \omega) - i\omega]$, где

$$G(\omega) = N \int_0^\infty [V'(\tau) - g(N, \omega)] \exp [i\omega\tau - NV(\tau)]\, d\tau. \tag{6}$$

Для того, чтобы КСЛ имел в общем случае лоренцовский вид с зависящими от N и ω полушириной $\gamma(N, \omega)$ и сдвигом $\Delta(N, \omega)$, необходимо и достаточно функцию $g(N, \omega)$ найти из условия $G(\omega) = 0$. Проинтегрируем выражение (7) по частям и результат приравняем нулю. Тогда получим $Ng(N, \omega) = \gamma(N, \omega) + i\Delta(N, \omega)$, где

$$\begin{aligned} \gamma(N, \omega) &= N \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{i\omega - NV'(0)}{i\omega - NV'(\tau)} V''(\tau) \exp [i\omega\tau - NV(\tau)]\, d\tau, \\ \Delta(N, \omega) &= N \operatorname{Im} [V'(0) + \int_0^\infty \frac{i\omega - NV'(0)}{i\omega - NV'(\tau)} V''(\tau) \exp (i\omega\tau - NV(\tau)) d\tau]. \end{aligned} \tag{7}$$

С помощью соотношений (4) – (7) находим модификацию формулы Андерсона – Толмена (1) для контура спектральных линий

$$I_0(\omega) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} I(\omega); \quad I(\omega) = \frac{\gamma(N, \omega) + i[\omega - \Delta(N, \omega)]}{\gamma^2(N, \omega) + [\omega - \Delta(N, \omega)]^2}. \tag{8}$$

Выражение (8) полностью эквивалентно формуле (1), но в нем устранены отмеченные выше недостатки. Переход к бинарному приближению осуществляется удержанием в (7) слагаемых, пропорциональных N; дисперсионные характеристики среды следуют из соотношения (8) для $I(\omega)$, $K(\omega) = \pi^{-1} \operatorname{Im} I(\omega)$. Формула (7) описывают явную зависимость столкновительного уширения $\gamma(N, \omega)$ и сдвига $\Delta(N, \omega)$ от концентрации примесных частиц N при произвольном давлении. Сдвиг КСЛ определяется двумя слагаемыми, одно из которых линейно относительно N, а другое в общем случае зависит от N нелинейно, поэтому при повышении давления примесного газа возможно изменение знака сдвига, что и наблюдалось экспериментально /2/. С помощью формул (7), которые могут использоваться в уравнениях для матрицы плотности, можно найти КСЛ с учетом эффектов насыщения /4/.

Приведем явные выражения для функций $V'(\tau)$ и $V''(\tau)$, которые необходимы для проведения конкретных вычислений:

$$\begin{aligned} V'(\tau) &= i\langle \int_{-\infty}^{\infty} \Delta U(t) \exp[-i \int_{t-\tau}^{t} \Delta U(t')\, dt'] dt\rangle, \\ V''(\tau) \equiv \frac{d^2V}{d\tau^2} &= \langle \int_{-\infty}^{\infty} \Delta U(t) \Delta U(t-\tau) \exp[-i \int_{t-\tau}^{t} \Delta U(t') dt'] dt\rangle. \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь угловые скобки обозначают операцию усреднения по относительным скоростям и прицельным параметрам /3/. Из соотношений (7) с учетом (9) в бинарном приближении находим

$$\gamma(\omega) \approx N \langle \int_{-\infty}^{\infty} \Delta U(t)dt \int_0^{\infty} \Delta U(t-\tau)\cos[\omega\tau - \int_{t-\tau}^{t} \Delta U'(t')dt']d\tau \rangle,$$

$$\Delta(\omega) \approx N \langle \int_{-\infty}^{\infty} \Delta V(t)dt\,[1 + \int_0^{\infty} \Delta U(t-\tau)\sin(\omega\tau - \int_{t-\tau}^{t} \Delta U'(t')dt')d\tau] \rangle.$$

Полученные формулы совпадают с выражениями для $\gamma(\omega)$ и $\Delta(\omega)$, полученными другим методом в работе /4/ (применительно к случаю слабого ЭМП).

Автор благодарен В.А. Алексееву, А.Н. Ораевскому и И.И. Собельману за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Anderson P.W., Talman J.D. Bell Tel. Lab. Murray Hill, New Jersy, 1956.
2. Чен Ш., Такео М. УФН, 66, 391 (1958).
3. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М., Наука, 1979.
4. Пестов Э.Г. ЖЭТФ, 86, 1643 (1984).

Поступила в редакцию 26 апреля 1989 г.