Краткие сообщения по физике № 10-1989 г.

УДК 533.9

РАСПАДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЗАМАГНИЧЕННОМ ПЛАЗМЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

А.М. Игнатов, И.А. Келехсаева

На основе гамильтоновой формулировки теории возмущений исследована распадная неустойчивость в замагниченном плазменном волноводе с участием аксиально несимметричных мод. Вычислены матричные элементы трехволнового взаимодействия и оценен по порядку величины инкремент распадной неустойчивости.

В последнее время большое внимание уделяется изучению распространения сильных электромагнитных волн в плазменных волноводах. Например, исследована модуляционная неустойчивость электромагнитной волны в случае сплошной /1/ и трубчатой плазмы /2/. При этом рассматривались только аксиально симметричные возмущения электромагнитного поля. Однако существуют неустойчивости, нарушающие аксиальную симметрию. Например, спектр продольных волн в замагниченной плазме $\omega = \omega_p \cos\theta$ (θ – угол между магнитным полем и волновым вектором) является распадным, поэтому возможна распадная неустойчивость волны, распространяющейся вдоль магнитного поля.

В настоящей работе вычислены матричные элементы трехволнового взаимодействия в замагниченном плазменном волноводе. Использована гамильтонова техника, развитая в /3, 4/.

Рассмотрим замагниченную электронную плазму (e, m – заряд и масса электрона) в волноводе с проводящими стенками. Ионы считаем неподвижными, электронный заряд в равновесии (ρ_0) полностью скомпенсирован, электроны могут двигаться только вдоль направления бесконечно сильного внешнего магнитного поля. Самосогласованная система уравнений, описывающая возмущения полей, плотности и скорости плазмы, состоит из уравнений холодной гидродинамики и уравнений Максвелла.

Дисперсионное уравнение, описывающее распространение волн в замагниченном волноводе, известно /5/:

$$(\omega_p^2/\omega^2)\,k^2/[k^2 + q_{l,m}^2 - (\omega/c)^2(1 - \omega_p^2/\omega^2)] = 1.$$

Здесь $\omega_p^2 = 4\pi e^2\rho_0/m$, $q_{l,m} = \mu_{l,m}/a$, a – радиус волновода, $\mu_{l,m}$ – корень функции Бесселя, k – проекция волнового вектора на ось системы. Это уравнение при фиксированных значениях l и m имеет 4 корня, обозначим их $\omega_{l,m}^n(k)$, $n = \pm 1, \pm 2$. В дальнейшем все индексы обозначаются буквой $s = (l, m, n)$, причем $-s = (-l, m, -n)$.

Введем нормальные амплитуды, связанные с E_z следующим образом:

$$E_z = \sum_s \frac{J_l(q_{lm} r)}{\|J_l\|} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int [\epsilon^s(k)\, e^{il\phi + ikz - i\omega^s(k)t} a_k^s + \text{к.с.}]\, dk,$$

где $\|J_l\|$ – норма функции Бесселя, $(a_k^s)^* = a_{-k}^{-s}$, $\omega^{-s}(-k) = -\omega^s(k)$,

$$\epsilon^s(k) = [|\omega_s|/[\omega_p^2/\omega_s^2 + c^2 q_{l,m}^2 \omega_s^2/(k^2c^2 - \omega_s^2)^2]]^{1/2}, \tag{1}$$

причем $\delta\rho$, δv – возмущения плотности и скорости электронов связаны с E_z соотношениями линейной теории.

Гамильтониан H совпадает с полной энергией системы, которая состоит из кинетической энергии электронов в поле возмущения E_z и энергии электромагнитного поля. Уравнения движения в переменных a^s_k имеют вид: $\dot{a}^s_k = -i\delta H/\delta(a^s_k)^*$, гамильтониан раскладываем в ряд по степеням a^s_k: $H = H_2 + H_3$. При этом квадратичный гамильтониан

$$H_2 = (1/2) \sum_s \operatorname{sign} n \int dk\omega^s(k) a^s_k a^{-s}_{-k},$$

кубический гамильтониан или энергия взаимодействия электронов

$$H_3 = \sum_{s_1 s_2 s_3} \int U^{s_1 s_2 s_3}_{k_1 k_2 k_3} a^{s_1}_{k_1} a^{s_2}_{k_2} a^{s_3}_{k_3} \delta(\sum_{i=1}^{3} l_i)\delta(\sum_{i=1}^{3} k_i) dk_1 dk_2 dk_3 .$$

Используя соотношение (1), получим явный вид матричных элементов трехволнового взаимодействия:

$$U^{s_1 s_2 s_3}_{k_1 k_2 k_3} = (-i/12\sqrt{2\pi})(e/m)(\omega_p^2/a)\Gamma_{s_1 s_2 s_3} T_{s_1 s_2 s_3}, \tag{2}$$

где

$$\Gamma_{s_1 s_2 s_3} = \int_0^1 J_{l_1}(\mu_{l_1 m_1} x) J_{l_2}(\mu_{l_2 m_2} x) J_{l_3}(\mu_{l_3 m_3} x)\, x dx / \|J_{l_1}\|\ \|J_{l_2}\|\ \|J_{l_3}\|,$$

$$T_{s_1 s_2 s_3} = \epsilon^{s_1}\epsilon^{s_2}\epsilon^{s_3}(k_{s_1}/\omega^2_{s_1}\omega_{s_2}\omega_{s_3} + \text{цикл. пер.}).$$

Рассмотрим трехволновые процессы с участием аксиально несимметричных мод. При фиксированных s_i условия синхронизма: $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$, $k_1 = k_2 + k_3$, $l_1 = l_2 + l_3$ выполняются для дискретного набора k. Например, для потенциальных возмущений в длинноволновом пределе $k^2 \gg \omega_p^2/c^2$, аксиально симметричная волна E_z с $s_1 = (0,1-1)$ может распадаться на две аксиально несимметричные волны с $s_{2,3} = (\pm 1, 1, 1)$. Тогда

$$\begin{aligned} k_1 &= (2/\sqrt{3})\sqrt{q^2_{11} - q^2_{01}}, & \omega_1 &= \omega_p \sqrt{(q^2_{11} - q^2_{01})/(4q^2_{11} - q^2_{01})}, \\ k_2 &= k_3 = k_1/2, & \omega_2 &= \omega_3 = \omega_1/2. \end{aligned} \tag{3}$$

Подставляя (3) в (1), (2) и учитывая, что $\Gamma_{s_1 s_2 s_3} = 0{,}943$, $k_1 a = 3{,}445$, $\omega_1 = 0{,}41\omega_p$, получим матричный элемент трехволнового взаимодействия:

$$U^{-1\ 1\ 1}_{k_1\ k_1/2\ k_1/2} = -i\cdot 4{,}89\cdot 10^{-2}(e/ma^2\sqrt{\omega_p}).$$

По порядку величины инкремент распадной неустойчивости /6/ равен $\gamma_d \sim (e/m\,\omega_p a)|E^1{}_z|$, т.е. характерное время перекачки энергии из волны s_1 в волны s_2 и s_3 равно $1/\gamma_d$. Распадная неустойчивость может влиять, например, на пучковую неустойчивость, обеспечивая перекачку энергии затравочной неустойчивой электромагнитной волны в аксиально несимметричные волны, находящиеся с ней в синхронизме.

Оценки показывают, что в полях меньших полей захвата ($|E| \ll mku^2/e$) γ_d может превышать инкремент пучковой неустойчивости, обусловленный коллективным эффектом Черенкова /7/, $\gamma_b \sim \omega_p(\omega_b/\omega_p)^{1/2}G$ ($G \ll 1$ – коэффициент связи пучка с плазмой). В случае одночастичного вынужденного эффекта Черенкова ($G \sim 1$) $\gamma_b \gg \gamma_d$, и распад не оказывает существенного влияния на пучково-плазменную неустойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзацкий Н. И. и др. Физика плазмы, **14**, 1061 (1988).
2. Шафер В. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 11, 29 (1987).
3. Захаров В.Е. Изв. ВУЗов, Радиофизика, **17**, 431 (1974).
4. Захаров В. Е. ЖЭТФ, **60**, 1717 (1971).
5. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1988.
6. Вильхельмсон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М., Энергоиздат, 1981.
7. Александров А. Ф., Кузелев М. В., Халилов А. И. ЖЭТФ, **93**, 1714 (1987).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 10 июля 1989 г.