Краткие сообщения по физике № 7-1987 г.

УДК 538.3

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В НЕОДНОРОДНО И НЕСТАЦИОНАРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

И.И. Аббасов

На основе теории возмущений рассмотрено излучение заряда, проходящего через движущийся слой с размытыми границами, определена энергия излучения. Вычислена энергия излучения покоящегося заряда в плавно ускоренной и замедленной среде при заданном временном сдвиге между ускорением и замедлением.

Исследованию вопросов классической электродинамики движущихся сред посвящено большое число работ /1/. В /2/ построена теория возмущений для вычисления энергии излучения в медленно движущейся среде, скорость которой является функцией координат и времени.

В настоящей работе на основе теории возмущений /2/ рассмотрено излучение заряда, который проходит через движущийся слой, имеющий размытые границы с покоящейся средой. Зависимость скорости движения слоя от координаты имеет вид:

$$\mathbf{v}(z) = \frac{\mathbf{v}_0}{2} \left(\operatorname{th} \frac{z+L}{\Delta} - \operatorname{th} \frac{z-L}{\Delta'}\right). \tag{1}$$

При $z = \pm\infty$ среда покоится $(v = 0)$, на расстоянии $z = -\Delta$ ее скорость возрастает плавно от нуля до v_0, при $L_0 = 2L$ скорость среды не меняется и, наконец, на расстоянии $z = \Delta'$ плавно уменьшается до нуля. Излучение движущегося заряда на размытой границе движущейся и покоящейся сред исследовано в /2/. Выражение для углового и спектрального распределения энергии излучения с волновым вектором $\mathbf{k}$ и частотой $\omega = kc/\sqrt{\epsilon}$, полученное в первом порядке теории возмущений, имеет вид /2/:

$$W_{\mathbf{k},\lambda} d^3 k = \frac{\kappa^2 \omega^2 (2\pi)^4}{4c^2 \epsilon} \Big| \int d\mathbf{k}_1 d\omega_1 \mathbf{v}(\mathbf{k}-\mathbf{k}_1, \omega-\omega_1) \times \\ \times \left\{ [\mathbf{H}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)\mathbf{e}^\lambda] + \sqrt{\epsilon}\,[[\mathbf{n}\mathbf{e}^\lambda]\mathbf{E}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)] \right\} \Big|^2 d^3\mathbf{k}, \tag{2}$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость среды в системе ее покоя; $\kappa = \epsilon - 1$; $\mathbf{e}^\lambda$ – единичный вектор поляризации; $\mathbf{v}(\mathbf{k}_1, \omega_1)$, $\mathbf{E}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)$, $\mathbf{H}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ – соответственно фурье-компоненты скорости среды, напряженности электрического и магнитного полей.

Фурье-образ $\mathbf{v}(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ определяется выражением

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}_1, \omega_1) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{r}dt\mathbf{v}(\mathbf{r},t) \exp[i(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \omega_1 t)]$$

и в нашем случае имеет вид

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}_1, \omega_1) = -\frac{i\mathbf{v}_0}{4}\left[\frac{\Delta \exp(ik_{1z}z)}{\operatorname{sh}\frac{\pi k_{1z}\Delta}{2}} - \frac{\Delta' \exp(-ik_{1z}z)}{\operatorname{sh}\frac{\pi k_{1z}\Delta'}{2}}\right] \delta(\omega_1)\delta(k_{1x})\delta(k_{1y}). \tag{3}$$

При выводе этой формулы учитывалось выражение (1) и использовалась /3/. Используя фурье-компоненты полей $\mathbf{E}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ и $\mathbf{H}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ заряда, равномерно движущегося по оси z со скоростью u /2/, и учитывая (3), из (2) для энергии излучения получим следующее выражение:

$$W_{\mathbf{k},\lambda} d^3 k = \frac{q^2 \kappa^2 \omega^2 u^2 d^3 k}{16 c^2 \epsilon (\omega^2 - k_z^2 u^2)^2} \left[\frac{\Delta^2}{\mathrm{sh}^2 \frac{\pi(k_z - \omega/u)\Delta}{2}} + \frac{\Delta'^2}{\mathrm{sh}^2 \frac{\pi(k_z - \omega/u)\Delta'}{2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{2\Delta'\Delta \cos(2L(k_z - \omega/u))}{\mathrm{sh} \frac{\pi(k_z - \omega/u)\Delta}{2} \ \mathrm{sh} \frac{\pi(k_z - \omega/u)\Delta'}{2}} \right] \times \tag{4}$$

$$\times \left| \left\{ v_0 [[\frac{[\mathbf{k}_1 \mathbf{u}] \mathbf{e}^\lambda}{c}] + \sqrt{\epsilon} \, [[\mathbf{n} \mathbf{e}^\lambda]]^2 \left(\frac{\omega \mathbf{u}}{c^2} - \frac{\mathbf{k}_1}{\epsilon} \right)]] \right\} \right|^2 .$$

Здесь $\mathbf{k}_1 (k_x, k_y, \omega/u)$ и скорость среды направлены по оси x. Выражение в фигурных скобках то же, что и в /2/, и определяет поляризацию излучения. Вектор поляризации лежит в плоскости, образованной векторами $\mathbf{k}$ и $\mathbf{u}$ $(\lambda = 1)$, или перпендикулярен ей $(\lambda = 2)$. Введем сферическую систему координат, определяемую осью z. При этом $k_z = k\cos\theta$, $k_x = k \sin\theta \cos\varphi$, $e^1_z = -\sin\theta$, $e^1_x = \cos\theta\cos\varphi$, $e^2_z = 0$, $e^2_x = \sin\varphi$. Из формулы (4) получим выражение для энергии излучения в виде:

$$W^{1,2}_\omega(\theta,\varphi) = M_{1,2} \frac{q^2 \kappa^2 v_0^2 \omega^2}{16\sqrt{\epsilon}\, c^5} \left[\frac{\Delta^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\Delta/2L_\phi)} + \frac{\Delta'^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\Delta'/2L_\phi)} + 2 \frac{\Delta\Delta' \cos(2L/L_\phi)}{\mathrm{sh}(\pi\Delta/2L_\phi)\,\mathrm{sh}(\pi\Delta'/2L_\phi)} \right] \times$$

$$\times \sin\theta d\theta \, d\varphi d\omega, \tag{5}$$

где $M_1 = \dfrac{\cos^2\varphi[1 - (u^2\epsilon/c^2)(1 + \sin^2\theta)]^2}{[1 - (u^2\epsilon/c^2)\cos^2\theta]^2}$, $M_2 = \dfrac{\sin^2\varphi[\cos\theta(1 - u^2\epsilon/c^2) + \sin^2\theta\, u\sqrt{\epsilon}/c]^2}{(1 - \frac{u^2}{c^2}\ \epsilon\cos^2\theta)^2}$. Рассмотрим энергию излучения (5) при условии $L_0 \gg L_f$, где $L_f = [\frac{\omega}{u}\ (1 - \frac{u}{c}\sqrt{\epsilon}\cos\theta)]^{-1}$ — длина формирования излучения. Тогда

$$W^{1,2}_\omega(\theta,\varphi) = M_{1,2} \frac{q^2\kappa^2 v_0^2 \omega^2}{16\sqrt{\epsilon}\, c^5} \left(\frac{\Delta^2}{\mathrm{sh}^2 \frac{\pi\Delta}{2L_f}} + \frac{\Delta'^2}{\mathrm{sh}^2 \frac{\pi\Delta'}{2L_f}} \right) d\Omega. \tag{6}$$

Из (6) видно, что если расстояние между размытыми границами много больше длины формирования излучения, то полная энергия излучения есть сумма энергий, излучаемых передней и задней границами, т.е. интерференция отсутствует.

Если величины размытости границ $\Delta = \Delta'$, то

$$W^{1,2}_\omega(\theta,\varphi) = M_{1,2} \frac{q^2\kappa^2 v_0^2 \omega^2 \Delta^2}{8\sqrt{\epsilon}\, c^5\, \mathrm{sh}^2(\pi\Delta/2L_f)} \ d\Omega;$$

энергия излучения в этом случае в два раза превышает результат работы /2/.

Далее рассмотрим энергию излучения $W^{1,2}_{\omega}(\theta,\varphi)$ при $L_0 = \pi(n+1)L_f$, где n – целое число.

$$W^{1,2}_{\omega}(\theta,\varphi) = M_{1,2}\,\frac{q^2\kappa^2 v_0^2\omega^2}{16c^5\sqrt{\epsilon}}\left[\frac{\Delta}{\mathrm{sh}(\pi\Delta/2L_f)} + \frac{\Delta'}{\mathrm{sh}(\pi\Delta'/2L_f)}\right]^2 d\Omega. \tag{7}$$

При $\Delta = \Delta'$ выражение (7) принимает вид

$$W^{1,2}_{\omega}(\theta,\varphi) = M_{1,2}\,\frac{q^2\kappa^2 v_0^2\omega^2\Delta^2}{4\sqrt{\epsilon}\,c^5\,\mathrm{sh}^2(\pi\Delta/2L_f)}\,d\Omega.$$

Если расстояние между размытыми границами $L_0 = 2\pi n L_f$, то для энергии излучения получаем:

$$W^{1,2}_{\omega}(\theta,\varphi) = M_{1,2}\,\frac{q^2\kappa^2 v_0^2\omega^2}{16\sqrt{\epsilon}\,c^5}\left[\frac{\Delta}{\mathrm{sh}(\pi\Delta/2L_f)} - \frac{\Delta'}{\mathrm{sh}(\pi\Delta'/2L_f)}\right]^2 d\Omega. \tag{8}$$

При $\Delta = \Delta'$, как видно из (8), энергия излучения равна нулю.

Таким образом, энергия излучения максимальна, если $L_0 = \pi(n+1)L_f$, и равна нулю при $L_0 = 2\pi n L_f$.

Представляет интерес случай, когда Δ, $\Delta' \ll L_f$. Учитывая соотношение $\mathrm{sh}\,x \approx x$ при $x \ll 1$, получаем для $W^{1,2}_{\omega}(\theta,\varphi)$ следующую формулу:

$$W^{1,2}_{\omega}(\theta,\varphi) = M_{1,2}\,\frac{\sin^2(L_0/2L_f)\,q^2\kappa^2 v_0^2\,d\Omega}{32\pi^2(1-(u/c)\sqrt{\epsilon}\cos^2\theta)^2\sqrt{\epsilon}\,c^5}. \tag{9}$$

Этим выражением определяется энергия переходного излучения равномерно движущегося заряда через движущийся слой с резкими границами, расстояние между которыми $L_0 = 2L$. Формула (9) без множителя $\sin^2(L_0/2L_f)$ определяет энергию переходного излучения (с поляризациями $\lambda = 1,2$) заряда, дважды пересекающего резкие границы неподвижной и медленно движущейся сред. Наконец, рассмотрим энергию излучения при $\pi\Delta/2L_f \gg 1$ и $\pi\Delta'/2L_f \gg 1$. Из (5) видно, что энергия излучения в этом случае экспоненциально спадает.

Пусть теперь неподвижный заряд находится в начале координат в неравномерно движущейся среде, скорость которой зависит от времени следующим образом (ось z выбрана по направлению скорости среды):

$$\mathbf{v}(t) = \frac{\mathbf{v}_0}{2}\left[\mathrm{th}\,\frac{(t-T_0)}{\Delta} - \mathrm{th}\,\frac{(t+T_0)}{\Delta'}\right]. \tag{10}$$

Из (10) видно, что скорость среды плавно меняется от нуля до v_0 в течение времени Δ, далее с этой скоростью среда движется в течение времени $T_0 = 2T$, а затем плавно замедляется до нуля за время Δ'. (Среда не меняет направлений скорости, т.е. $\mathbf{v}(t) = (0,0,v(t))$.)

Фурье-образ скорости среды определяется выражением

$$\mathbf{v}(\mathbf{k}_1,\omega_1) = (2\pi)^{-1}\,\frac{\mathbf{v}_0\pi}{2i}\left[\frac{\Delta' e^{i\omega t_0}}{\mathrm{sh}\,\frac{\pi\omega\Delta'}{2}} - \frac{\Delta e^{-i\omega t_0}}{\mathrm{sh}\,\frac{\pi\omega\Delta}{2}}\right]. \tag{11}$$

Энергия излучения неподвижного заряда в неравномерно движущейся среде принимает вид:

$$W_{\omega}(\theta) = \frac{q^2\kappa^2\,2\pi\sqrt{\epsilon(\omega)}}{\epsilon(0)\,c^3}\,|\omega v(\omega)|^2\sin^3\theta\,d\theta\,d\omega.$$

Учитывая соотношение (11) и используя фурье-компоненту электрического вектора $\mathbf{E}^q(\mathbf{k}_1, \omega_1)$ покоящегося заряда (см. /2/, напряженность магнитного поля равна нулю), получим из этой формулы:

$$W_\omega(\theta) = \frac{q^2 \kappa^2 \pi \sqrt{\epsilon(\omega)}\, v_0^2}{8c^3 \epsilon^2(0)} \left[\frac{\Delta' e^{-i\omega t_0}}{\mathrm{sh}\,\frac{\pi\omega\Delta'}{2}} - \frac{\Delta e^{-i\omega t_0}}{\mathrm{sh}\,\frac{\pi\omega\Delta}{2}} \right]^2 \sin^3\theta\, \omega^2 d\omega. \tag{12}$$

Характер зависимости энергии излучения от параметров Δ, Δ', ω, T такой же, как и при излучении точечного дипольного момента, рассмотренного в работе /4/. Поэтому здесь не приводится анализ выражения (12) для энергии излучения.

Автор благодарит Б.М. Болотовского и В.А. Давыдова за ценные обсуждения и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник – 1974. М., Наука, 1976, с. 179.
2. Давыдов В. А. Изв. ВУЗов. Радиофизика, 26, 9, 1134 (1983).
3. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука, 1971.
4. Аббасов И. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 39 (1987).

Поступила в редакцию 26 февраля 1987 г.