

## ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СПЕКТР И МАТРИЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕЖПОДЗОННЫХ ДЫРОЧНЫХ ПЕРЕХОДОВ В ГЕРМАНИИ В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

С.А. Стоклицкий

*На основе гамильтониана Латтинджера рассчитаны энергетический спектр и матричные элементы межподзонных дырочных переходов в германии в скрещенных электрическом и магнитном полях. Обнаружена особенность в частотной зависимости матричных элементов, обусловленная эффектом туннелирования.*

Вслед за первыми сообщениями о наблюдении лазерной генерации на горячих дырках в германии р-типа в скрещенных  $E \perp H$  полях появился ряд работ, где исследовался спектральный состав лазерного излучения /1,2/. Было высказано предположение, что сложный вид спектров излучения обусловлен квантованием Ландау легких дырок, приводящим к осцилляциям в частотной зависимости коэффициента усиления  $a_{21}$  /1,3/. Выполненные в /3/ расчеты проводились в рамках упрощенной модели /4/, в приближении независимости подзон тяжелых и легких дырок и в пренебрежении спиновым расщеплением. Вместе с тем, известно /5,6/, что из-за вырождения валентной зоны Ge энергетическое строение нижних уровней Ландау оказывается сложным. Кроме того, правила отбора для междузонных дырочных переходов отличаются от тех, на которых строится теория Аронова /4/.

В данной работе на основе гамильтониана Латтинджера /5/, адекватно описывающего вырожденную зону Ge, рассчитан энергетический спектр дырок в скрещенных  $E \perp H$  полях и определены частотные зависимости матричных элементов переходов с различных уровней Ландау легких дырок в тяжелую подзону. Собственные значения энергии  $W$  и волновые функции нулевого приближения  $F_j(r)$  определялись из системы уравнений /5/:

$$\sum_{j'} \left\{ D_{jj'}^{\alpha\beta} k_\alpha k_\beta - eEr \delta_{jj'} \right\} F_{j'}(r) = WF_j(r), \quad (1)$$

$$j, j' = 1, 2, 3, 4, \quad \alpha, \beta = x, y, z,$$

где  $k = (\hbar/i) \nabla - (e/c)A$ ;  $A$  – векторный потенциал;  $E$  – электрическое поле. В расчетах использовались параметры Латтинджера  $k = 4,0$  и  $q = 0$ , а также значения  $\gamma_1 = 13,2$ ,  $\bar{\gamma} = \gamma_2 = \gamma_3 = 5,0$  /6/, соответствующие изотропному приближению ( $m_1 = 0,31m_0$ ,  $m_2 = 0,043m_0$ ). Движение вдоль  $H$  не учитывалось. Магнитное поле было направлено вдоль оси  $z$ , а электрическое – вдоль  $y$ . Векторный потенциал  $A$  выбирался в калибровке Ландау  $A(-Hy, 0, 0)$ . В этом случае  $4 \times 4$  матрица Латтинджера распадается на две несвязанные матрицы  $D_1$  и  $D_2$  /5/. Приближенное решение уравнений (1) находилось в виде разложения

$$F_j(x,y) = \exp \left[ \frac{i}{\hbar} p'_x x \right] \sum_n a_{jn} u_n(y), \quad (2)$$

где  $u_n$  – решения уравнения Шредингера для зарядов с  $m = m_1$ , представляющие собой собственные функции гармонического осциллятора от аргумента  $(eH/\hbar)^{1/2} \left\{ y + (c/eH) p'_x - (Qm_1/m_0)(2\hbar c/eH)^{1/2} \right\}$ ; здесь  $Q^2 = m_0 (cE/H)^2 / 2\hbar\omega_0$ . Подстановкой (2) в (1) задача сводится к диагонализации симметричных бесконечномерных независимых матриц  $D_1$  и  $D_2$ . Согласно выполненному расчету выбор  $u_n$  в качестве базисных функций обеспечивает достаточно быструю сходимость ряда (2). Так, при максимальных значениях  $Q^2 \approx 800$  достаточно было ограничиться матрицами порядка  $220 \times 220$  (т.е.  $n = 110$ ). Каждой из матриц  $D_1$  и  $D_2$  соответствует своя серия решений. Первая серия отвечает проекциям полного момента  $M_J = +3/2, -1/2$ ; вторая –  $M_J = -3/2, +1/2$  /7/.

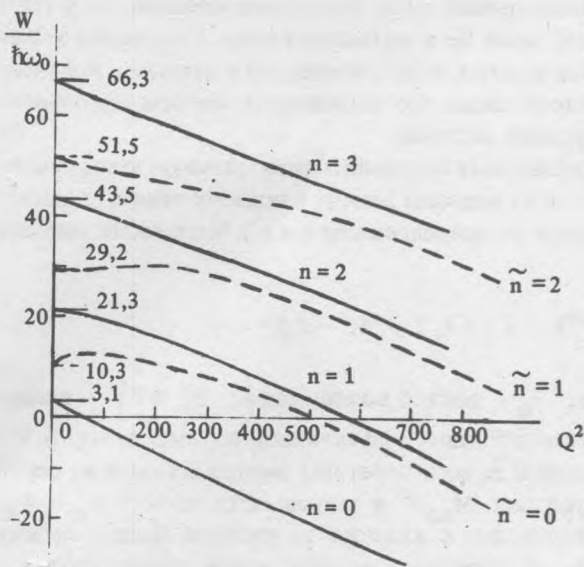


Рис. 1. Положение уровней Ландау легких дырок в зависимости от величины  $Q^2 = m_0 (cE/H)^2 / 2\hbar\omega_0$  в безразмерных единицах  $w = W/\hbar\omega_0$ . В обычных единицах энергия уровней  $W = 0,093\text{Не см}^{-1}$ , где  $H$  в кЭ. Слева на рисунке указаны значения энергии уровней при  $E = 0$ .

Рис. 2. Частотная зависимость величины матричных элементов для перехода с уровней Ландау легких дырок (серия с  $M_J = -3/2, +1/2$ ) в тяжелую зону.  $Q^2 = 403$  ( $H = 12$  кЭ,  $E = 1,7$  кВ/см), кривые справедливы для всех других значений полей  $E$  и  $H$ , удовлетворяющих условиям  $m_0 (cE/H)^2 / 2\hbar\omega_0 = 403$ .

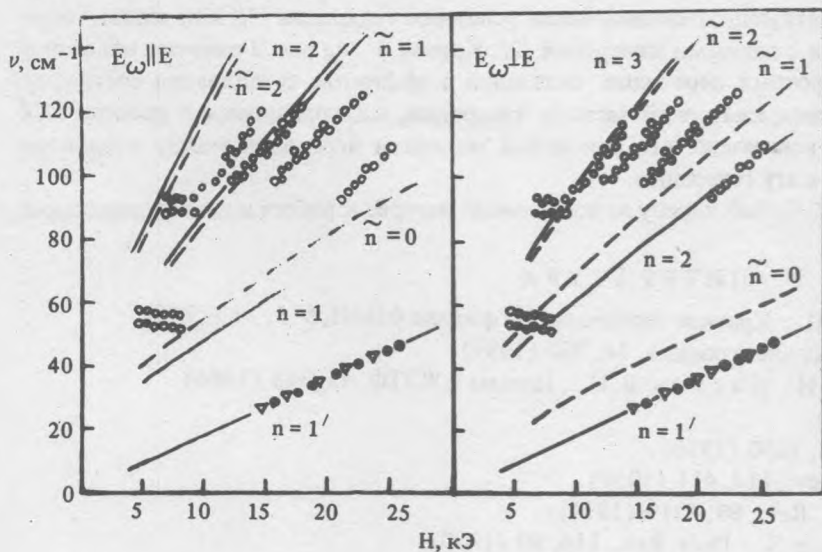
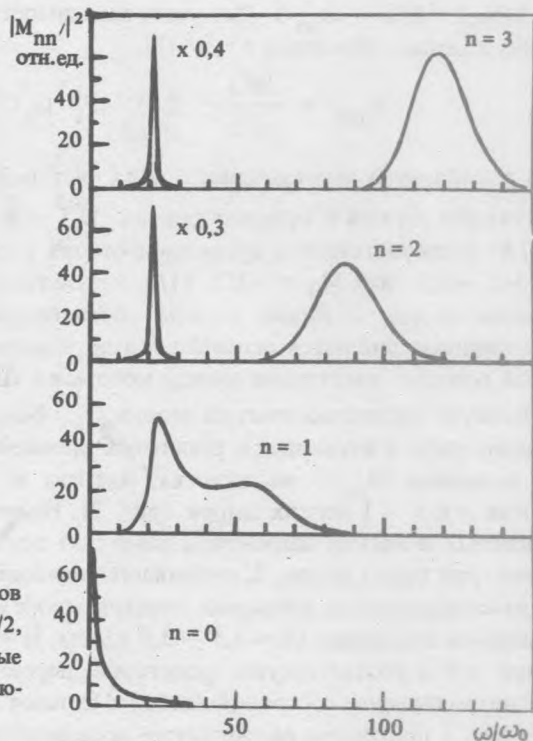


Рис. 3. Рассчитанные (сплошные и пунктирные линии) и измеренные (экспериментальные точки) частоты максимумов коэффициента усиления (максимумов интенсивности стимулированного излучения) в зависимости от  $H$  для двух поляризаций излучения (для  $E/H = 0,14$  кВ/см кЭ):  $\circ$  - данные /2/,  $\nabla$  - данные /10/.

На рис. 1 приведены результаты расчета энергий нескольких нижних уровней Ландау легких дырок в скрещенных электрическом и магнитном полях. Энергия уровней выражена в безразмерных единицах  $w = W/\hbar\omega_0$ , где  $\omega_0 = eH/m_0c$  ( $m_0$  - масса свободного электрона) и представлена в зависимости от безразмерного параметра  $Q^2$ , который равен  $2,47 \cdot 10^5 (E^2/H^3)$ , где поля выражены в кВ/см и кЭ. Общая для

всех уровней добавка к энергии  $cE_p \chi / N$  на рисунке полагается равной нулю. Видно, что зависимости  $w(Q^2)$  имеют сложный вид из-за квантовой деформации валентной зоны Ge в магнитном поле. При малых значениях  $E$  ( $Q^2 \lesssim 10$ ) рассчитанное положение уровней и наклон кривых  $w(Q^2)$  совпадают с данными, полученными в [6] с помощью теории возмущений. Из рис. 1 следует также, что зависимость частоты циклотронных переходов в подзоне легких дырок от  $E$  для разных уровней различна.

Рассчитанные значения энергий и волновые функции позволяют определить спектральную зависимость коэффициента усиления (поглощения) для переходов  $n \rightarrow n'$  из подзоны легких в подзону тяжелых дырок  $a_{21} \sim \sum |M_{nn'}|^2 \delta(\omega - \omega_{nn'})$  (без учета зависимости функции распределения от  $n$  и  $n'$ ). Матричный элемент для вынужденных переходов  $n \rightarrow n' / 8 /$

$$M_{nn'} = \frac{2eE_0}{m_0\omega} \sum_{ij} \sum_{\alpha\beta} \langle F_i^{n'} | e_\alpha D_{ij}^{\alpha\beta} k_\beta | F_j^n \rangle; \quad i, j = 1, 2, 3, 4; \quad \alpha, \beta = x, y,$$

где  $E_0$  — амплитуда электрического поля световой волны;  $e_\alpha$  — вектор поляризации;  $F_j^n$  и  $F_j^{n'}$  — волновые функции легкой и тяжелой дырок;  $D_{ij}^{\alpha\beta}$  — компоненты обратной эффективной массы;  $\mathbf{k} = (i/\hbar)\nabla - (e/c)\mathbf{A}$ . В соответствии с правилами отбора рассчитывались только переходы внутри каждой из серий  $M_J = 3/2, -1/2$  или  $M_J = -3/2, +1/2$ . Результаты расчетов для  $|M_{nn'}|^2$  в зависимости от  $w = w_n - w_{n'}$  приведены на рис. 2. Видны полосы, соответствующие переходам с каждого из уровней Ландау легких дырок (кривые являются огибающими по значениям  $|M_{nn'}|^2$  переходов на дискретные уровни Ландау в тяжелой подзоне, расстояние между которыми  $\Delta w \approx 3$  в единицах  $W/\hbar\omega_0$ ). Положение полос примерно соответствует квазиклассической теории [3]:  $\hbar\omega_{21} \approx (m_2/2)(v_{c2} + v_d)^2$ , где  $v_{c2} = \sqrt{2\hbar\omega_c/m_2}$ ,  $v_d = cE/N$ .

Кроме того, в переходах с различных уровней Ландау обнаружена особенность в виде резкого возрастания величины  $|M_{nn'}|^2$  на частотах, близких к частоте циклотронного внутризонного перехода между уровнями  $n$  и  $n - 1$  легких дырок (рис. 2). Наличие этой особенности обусловлено смешиванием состояний тяжелых и легких дырок при равенстве полных энергий ("антипересечения" уровней). Эффект смешивания, как видно из рис. 2, оказывается наибольшим при переходах с уровня  $n = 1$ . Это объясняется тем, что в рассматриваемом диапазоне электрических и магнитных полей, соответствующих условиям наблюдения лазерной генерации ( $E = 1,5 - 3,0$  кВ/см,  $H = 10 - 20$  кЭ, т.е.  $Q^2 = 200 - 400$ ), конечному состоянию перехода  $n = 0$  соответствуют траектории дырок в импульсном пространстве, проходящие вблизи точки  $\mathbf{k} = 0$ , где смешивание состояний наиболее сильное [9].

На рис. 3 приведены рассчитанные зависимости частот максимумов  $a_{21}$  от поля  $H$  при фиксированном значении  $E/H = 0,14$  кВ/см·кЭ, соответствующем оптимальным условиям генерации [3]. Как видно, теоретические кривые примерно согласуются с данными измерений [2]. Кривая 1' на рис. 3 отвечает описанной выше особенности межподзонных дырочных переходов, связанной с эффектом смешивания состояний. Видно, что она совпадает с результатами измерений частоты генерации, наблюдавшейся в работах [10] в диапазоне  $\lambda = 200 - 300$  мкм. Не исключено, что описанный механизм переходов между подзонами легких и тяжелых дырок вносит вклад в эту генерацию.

Автор благодарен В.Н. Мурзину и А.П. Чеботареву за постоянный интерес к работе и ценные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзин В. Н., Чеботарев А. П. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 17 (1986).
2. Андронов А. А. и др. Квантовая электроника, 14, 702 (1987).
3. Муравьев А. В., Ноздрин Ю. Н., Шастиин В. Н. Письма в ЖЭТФ, 43, 348 (1986).
4. Аронов А. Г. ФТТ, 5, 552 (1963).
5. Luttinger J. M. Phys. Rev., 102, 1030 (1956).
6. Heusel J. C., Peter M. Phys. Rev., 114, 411 (1959).
7. Heusel J. C., Suzuki K. Phys. Rev., B9, 4219 (1974).
8. Roth L. M., Lax V., Zwerdling S. Phys. Rev., 114, 90 (1959).
9. Горбовицкий Б. М. ФТП, 18, 704 (1984).
10. Васильев Ю. Б., Иванов Ю. Л. Письма в ЖТФ, 10, 949 (1984).

Поступила в редакцию 30 марта 1987 г.