Краткие сообщения по физике № 1-1987 г.

УДК 538.566

ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОЙ САМОМОДУЛЯЦИИ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

Б.Я. Зельдович, Е.А. Немкова

Для нестационарного взаимодействия встречных волн в среде с генерационной нелинейностью найдено аналитическое решение, описывающее замедление темпа нестационарного усиления слабого отраженного сигнала из-за модуляции показателя преломления среды.

В последнее время появились работы /1,2/, в которых теоретически и экспериментально исследуется взаимодействие встречных световых волн за счет теплового механизма нелинейности. В большинстве сред при нагреве показатель преломления уменьшается, и тогда вследствие вынужденного температурного рассеяния (ВТР–II, /3–5/) усиливается слабый сигнал, имеющий антистоксов сдвиг частоты по отношению к накачке. В то же время однородный нестационарный прогрев среды излучением накачки приводит к фазовой модуляции накачки, из-за чего ее частота монотонно сдвигается все дальше в антистоксову область (по сравнению с частотой на входе) по мере продвижения в глубь среды. В результате сигнал, получившийся при отражении накачки от задней стенки кюветы, подхватывается ВТР-усилением, и эффективное отражение системы растет /1,2/.

В настоящей заметке получено аналитическое решение задачи об отражении слабого сигнала для существенно нестационарного случая, когда длительность импульса накачки короче времен релаксации всех тепловых решеток.

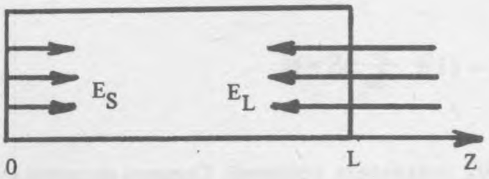

Рис. 1. Лазерная накачка E_L входит в кювету со стороны сечения $z = L$ и отражается от задней стенки кюветы в сигнал E_S с амплитудным коэффициентом отражения r.

Пусть на слой нелинейной среды $0 \leqslant z \leqslant L$ со стороны границы $z = L$ падает излучение накачки $E_0(t)\exp(-i\omega_0 t - ik_0 z)$ (рис. 1), причем время пробега света по среде $n_0 L/c$ меньше длительности процесса. Навстречу накачке распространяется слабый сигнал $E_S(z,t)\exp(-i\omega_0 t + ik_0 z)$. В существенно нестационарном режиме повышение температуры среды $\delta T(z,t)$ подчиняется уравнению

$$\partial\delta T(z,t)/\partial t = (\beta c n_0/8\pi\rho c_1)(|E_L(z,t)|^2 + E_L^* E_S e^{2ik_0 z} + E_L E_S^* e^{-2ik_0 z}).$$

При этом мы пренебрегли членами $\propto |E_S|^2$ и процессами теплопроводности, β – коэффициент поглощения, ρc_1 – теплоемкость единицы объема. Удобно представить δT в виде

$$\delta T(z,t) = T_0(z,t) + T_1(z,t)e^{2ik_0 z} + T_1^*(z,t)e^{-2ik_0 z},$$

так что

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} = \frac{\beta c n_0}{8\pi\rho c_1}|E_L(z,t)|^2, \quad \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{\beta c n_0}{8\pi\rho c_1}E_L^*(z,t)E_S(z,t). \tag{1}$$

Укороченные уравнения для накачки и сигнала примем в виде

$$\frac{\partial E_L}{\partial z} = iaT_0 E_L, \quad \frac{\partial E_S}{\partial z} = -iaT_0 E_S - ibT_1 E_L. \tag{2}$$

При этом пренебрежено обратным влиянием сигнала на накачку, и введены обозначения $a = -(\omega/c) \times (\partial n/\partial T)_0$, $b = -(\omega/c)(\partial n/\partial T)_1$. Индексы "0" и "1" у производной показателя преломления по температуре позволяют учесть то обстоятельство, что для пучка накачки с широким поперечным сечением вещество может не успеть расшириться за длительность импульса. На пространственном размере $\lambda/2$, отвечающем картине интерференции встречных волн, волна разгрузки обычно успевает пробежать. Эти замечания поясняют, почему в общем случае $a \neq b$. Начальные и граничные условия для системы (1), (2) примем в виде $T_0(z, t = 0) = T_1(z, t = 0) = 0$, $E_L(z = L, t) = E_0(t)$, $E_S(z = 0, t) = rE(z = 0, t)$, где $|r|^2 \ll 1$ – коэффициент отражения.

Уранения для $E_L(z,t)$ и $T_0(z,t)$ интегрируются сразу:

$$T_0(z,t) \equiv T_0(t) = (\beta c n_0/8\pi\rho c_1) \int_0^t |E_0(t')|^2 dt', \tag{3}$$

$$E_L(z,t) = E_0(t) \exp[-ia(L-z)T_0(t)]. \tag{4}$$

Уравнения для T_1 и E_S могут быть сведены к одному уравнению второго порядка для функции S, где $E_S(z,t) = rE_L(z,t)\,S$. Вводя новые переменные

$$\tilde{z} = z, \quad y = -2iaz(\beta c n_0/8\pi\rho c_1) \int_0^t |E_0(t')|^2 dt',$$

можно убедиться, что величина S зависит только от автомодельной переменной y: $S(y,\tilde{z}) \equiv S(y)$, удовлетворяет начальному условию $S(y = 0) = 1$ и обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка

$$y\frac{d^2 S}{dy^2} + (1-y)\frac{dS}{dy} - \left(1 + \frac{b}{2a}\right)S = 0. \tag{5}$$

На первый взгляд, уравнение (5) требует задания двух начальных условий. Однако поскольку коэффициент при d^2S/dy^2 обращается в нуль в точке $y = 0$, то в качестве второго условия достаточно принять требование регулярности решения в точке $y = 0$.

Решением уравнения (5) при указанных условиях является вырожденная гипергеометрическая функция Куммера (см. /6–8/) $S(y) = F(\alpha,\gamma,y)$ с параметрами $\alpha = 1 + b/2a$, $\gamma = 1$. В итоге решение для сигнальной волны имеет вид :

$$E_S(z,t) = rE_0(t) \exp[i(z-L)aT_0(t)]\,F(1 + b/2a, 1, -2iazT_0(t)), \tag{6}$$

где $T_0(t)$ дается выражением (3).

Обсудим предельные случаи. При $a \to 0$ однородный прогрев не влияет на показатель преломления, и (6) переходит в выражение, известное из теории нестационарного вынужденного рассеяния света /9/:

$$E_S(z,t) = rE_0(t) J_0(\sqrt{4ibzT_0(t)}) \approx \frac{r}{2\sqrt{\pi}} \frac{E_0(t)}{\sqrt[4]{|b|zT_0(t)}} \exp\left[(1 - i\,\mathrm{sign}\,b)\sqrt{2|b|zT_0(t)} - i\frac{\pi}{8}\,\mathrm{sign}\,b\right]. \tag{7}$$

Здесь $J_0(v)$ – функция Бесселя; второе из выражений (7) записано для случая, когда аргумент v велик, и функцию Бесселя можно заменить ее асимптотикой.

Если a и b одного порядка, то асимптотика гипергеометрической функции F имеет вид:

$$F(1 + b/2a, 1, -2iazT_0(t)) \approx \frac{\exp(-i2azT_0(t))}{\Gamma(1 + b/2a)} (-2iazT_0(t))^{b/2a} + \frac{(2iazT_0(t))^{-1-b/2a}}{\Gamma(b/2a)}, \quad (8)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция Эйлера. Это выражение показывает, что фазовая модуляция накачки и сигнала из-за изменения во времени показателя преломления среды (слагаемые $\propto aT_0(t)$ в уравнениях (2)) приводит к их рассогласованию по частоте, разному в разных точках среды, в результате чего экспоненциальный рост ВТР-отражения сменяется степенным. Если величины a и b одного знака, но $|a| \ll |b|$, то на начальном этапе можно пользоваться асимптотикой (7), которая затем сменяется выражением (8). Момент времени, когда происходит такая смена, приближенно определяется условием

$$2\sqrt{2|b|zT_0} - \frac{1}{2}\ln(|b|zT_0) - \frac{b}{a}\ln(2|a|zT_0) = \frac{b}{a} - \left(\frac{b}{a} + 1\right)\ln\frac{b}{2a} + \ln 2.$$

Если величины a и b имеют противоположные знаки, и $|b| < 2|a|$, то ситуация оказывается качественно иной. Пусть $a < 0$, $b > 0$. Тогда фазовая самомодуляция приводит к значительному стоксову сдвигу сигнала, отраженного в конце кюветы $(z = 0)$ по отношению к накачке в объеме среды. Но при $b > 0$ ВТР сигнала со стоксовым сдвигом частоты отвечает перекачке энергии не в сигнал, а из сигнала в накачку. В соответствии с этим, асимптотика (8) отвечает ослаблению отражения со степенным законом затухания. Отметим, что при $b = -2a(n + 1)$, где $n \geqslant 0$ — целое, гипергеометрическая функция (6) сводится к полиному Лагерра.

Имеется целый ряд физических ситуаций (например, динамические голограммы в материалах типа "Реоксан", в фоторефрактивных кристаллах), описываемых системой уравнений и граничных условий рассмотренного типа. Поэтому можно ожидать, что найденное решение окажется полезным не только для задачи о тепловом механизме нелинейности, но и в других случаях.

Авторы благодарны О.П. Заскалько, А.А. Зозуле, П.Б. Лернеру, Н.Н. Панаиоти и В.В. Шкунову за ценные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заскалько О.П. и др. ЖТФ, **56**, 608 (1986).
2. Заскалько О.П. и др. Препринт ФИАН № 344, М., 1986.
3. Hermann R.M., Gray M.A. Phys. Rev. Lett., **19**, 824 (1967).
4. Rank D.H. et al. Phys. Rev. Lett., **19**, 828 (1967).
5. Зельдович Б.Я., Собельман И.И. УФН, **101**, 3 (1970).
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика, Нерелятивистская теория. М., Наука, 1974.
7. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., ГИФМЛ, 1963.
8. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., Наука, 1979.
9. Зельдович Б.Я., Пилипецкий Н.Ф., Шкунов В.В. Обращение волнового фронта. М., Наука, 1985.

Поступила в редакцию 10 сентября 1986 г.