Краткие сообщения по физике № 1-1987 г.

УДК 535.5

ИЗЛУЧЕНИЕ, СВЯЗАННОЕ С ПЛАВНЫМ НАРАСТАНИЕМ, А ЗАТЕМ ПЛАВНЫМ УБЫВАНИЕМ ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА ПРИ ЗАДАННОМ ВРЕМЕННОМ СДВИГЕ МЕЖДУ НАРАСТАНИЕМ И УБЫВАНИЕМ

И.И. Аббасов

Рассмотрено излучение, возникающее при плавном нарастании, а затем плавном убывании дипольного момента системы с заданным временным сдвигом между нарастанием и убыванием. Получено и проанализировано выражение для спектральной плотности излучения.

Возбуждение электромагнитного излучения источниками при изменении их параметров во времени представляет большой интерес для многих задач в классической электродинамике. Спектр излучаемых волн определяется законом изменения параметров источников во времени /1,2/. В настоящей заметке рассмотрена система с дипольным моментом $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = \mathbf{p}(t)\,\delta(\mathbf{r})$, где функция $\mathbf{p}(t)$ описывает зависимость точечного дипольного момента, расположенного в начале координат, от времени и имеет вид:

$$\mathbf{p}(t) = \frac{\mathbf{p}}{2}\left(\operatorname{th}\frac{t+T}{\Delta} - \operatorname{th}\frac{t-T}{\Delta'}\right).$$

При этом электрический дипольный момент системы плавно нарастает в течение времени Δ, в течение $2T$ остается стационарным со значением $|\mathbf{p}|$, а затем в течение Δ' плавно убывает и исчезает.

Фурье-компоненту плотности тока $\mathbf{j}_\omega(\mathbf{r})$ можно определить формулой

$$\mathbf{j}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi}\int \frac{\partial \mathbf{p}(\mathbf{r},t)}{\partial t}\exp(i\omega t)\,dt = \frac{\mathbf{p}\omega}{4}\left(\Delta e^{-i\omega T}/\operatorname{sh}\frac{\pi\omega\Delta}{2} - \Delta' e^{i\omega T}/\operatorname{sh}\frac{\pi\omega\Delta'}{2}\right)\delta(\mathbf{r}).$$

При этом фурье-компонента $\mathbf{A}_\omega$ вектора потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ на больших расстояниях от точки координат, где расположен диполь, имеет вид /3,4/:

$$\mathbf{A}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{p}\omega}{4cr}\exp(ikr)\left[\frac{\Delta\exp(i\omega T)}{\operatorname{sh}(\pi\omega\Delta/2)} - \frac{\Delta'\exp(i\omega T)}{\operatorname{sh}(\pi\omega\Delta'/2)}\right].$$

Спектральная плотность излучения, приходящаяся на интервал частот $d\omega$ и на телесный угол $d\Omega$, имеет вид /5/:

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = c|\mathbf{H}_\omega|^2 r^2\, d\Omega\, d\omega, \tag{1}$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор в направлении излучения. Выражая фурье-компоненту магнитного поля $\mathbf{H}_\omega$ через фурье-компоненту вектора потенциала $\mathbf{A}_\omega$ /3/ и подставляя ее в (1), получим следующее выражение:

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = \frac{\omega^4}{16c^3}|\mathbf{p}|^2\sin^2\theta\left[\frac{\Delta^2}{\operatorname{sh}^2(\pi\omega\Delta/2)} + \frac{\Delta'^2}{\operatorname{sh}^2(\pi\omega\Delta'/2)} - \frac{2\Delta\Delta'\cos\omega T_0}{\operatorname{sh}(\pi\omega\Delta/2)\operatorname{sh}(\pi\omega\Delta'/2)}\right] d\omega\, d\Omega, \tag{2}$$

где θ – угол между векторами $\mathbf{p}$ и $\mathbf{n}$; φ – азимутальный угол в сферической системе; вектор $\mathbf{p}$ направлен вдоль оси z; $T_0 = 2T$ – время стационарного существования дипольного момента. Последний член в (2) учитывает интерференцию.

Проанализируем полученный результат. Рассмотрим систему с дипольным моментом, который остается стационарным в течение достаточно длительного времени ($\omega T_0 \gg 1$). Тогда из (2) получаем

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = \frac{\omega^4 |\mathbf{p}|^2}{16c^3} \sin^2\theta \left(\frac{\Delta^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\omega\Delta/2)} + \frac{\Delta'^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\omega\Delta'/2)} \right) d\omega d\Omega, \tag{3}$$

следовательно, при больших T_0 интерференционный член отсутствует. При этом спектральная плотность излучения состоит из двух слагаемых, соответствующих двукратному плавному изменению дипольного момента системы при возрастании от нуля, а затем при последующем убывании до нуля.

Если $\Delta = \Delta'$, то

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = \frac{\omega^4}{8c^3} |\mathbf{p}|^2 \sin^2\theta \frac{\Delta^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\omega\Delta/2)} d\omega d\Omega. \tag{4}$$

Выражение (4) в два раза превышает спектральную плотность излучения, возникающего в однократном плавном изменении дипольного момента системы (см. /2/).

Пусть далее время стационарного существования дипольного момента равно кратно периоду излучаемой волны $T_0 = 2\pi n/\omega$, где n – целое число. Тогда при $\Delta \neq \Delta'$

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = \frac{\omega^4}{16c^3} |\mathbf{p}|^2 \sin^2\theta \left(\frac{\Delta}{\mathrm{sh}(\pi\omega\Delta/2)} - \frac{\Delta'}{\mathrm{sh}(\pi\omega\Delta'/2)} \right)^2 d\omega d\Omega.$$

Если положить $\Delta = \Delta'$, то спектральная плотность излучения равна нулю. Пусть теперь $T_0 = \pi(2n + 1)/\omega$. При этом (2) принимает вид:

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = \frac{\omega^4}{16c^3} |\mathbf{p}|^2 \sin^2\theta \left(\frac{\Delta}{\mathrm{sh}(\pi\omega\Delta/2)} + \frac{\Delta'}{\mathrm{sh}(\pi\omega\Delta'/2)} \right)^2 d\omega d\Omega.$$

Если $\Delta = \Delta'$, то

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = \frac{\omega^4}{4c^3} |\mathbf{p}|^2 \sin^2\theta \frac{\Delta^2}{\mathrm{sh}^2(\pi\omega\Delta/2)} d\omega d\Omega.$$

Таким образом, спектральная плотность излучения на частоте ω максимальна, если $\omega = \pi(2n + 1)/T_0$, и равна нулю ($\Delta = \Delta'$), если $\omega = 2\pi n/T_0$. При больших частотах ($\omega \gg 1/\Delta,\ 1/\Delta'$) спектральная плотность излучения экспоненциально мала.

Рассмотрим, наконец, спектральную плотность излучения в случае $\omega\Delta \ll 1$, $\omega\Delta' \ll 1$, когда дипольный момент системы до времени $t = -T$ равен нулю, затем при $t = -T$ он мгновенно принимает значение $|\mathbf{p}|$, далее, остается неизменным в течение времени T_0 и при $t = T$ мгновенно исчезает. Учитывая соотношение $\mathrm{sh}\,x \approx x$, справедливое при $|x| \ll 1$, получаем из (2) в этом случае

$$dW_{\mathbf{n},\omega} = (\omega^2 |\mathbf{p}|^2/\pi^2 c^3) \sin^2\theta \sin^2(\omega T)\, d\omega d\Omega.$$

Отметим, что похожую задачу, но для заряда, движущегося на конечном отрезке пути, впервые рассмотрел И.Е. Тамм /6/.

Автор благодарен Б.М. Болотовскому за ценные советы при обсуждении настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б.М., Давыдов В.А., Рок В.Е. УФН, **126**, 311 (1978).
2. Болотовский Б.М., Давыдов В.А., Рок В.Е. УФН, **136**, 501 (1982).
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., Наука, 1973.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука, 1971.
5. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М., Наука, 1976.
6. Тамм И.Е. Собрание научных трудов. М., Наука, 1976.

Поступила в редакцию 10 октября 1986 г.