*Краткие сообщения по физике № 1-1987 г.*

УДК 533.916

# О "НЕСТАЦИОНАРНОЙ" ПОНДЕРОМОТОРНОЙ СИЛЕ И ТОКЕ УВЛЕЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ

Л.М. Горбунов, С.Р. Гутьеррес

*С помощью метода усреднения Боголюбова найдена "нестационарная" пондеромоторная сила и соответствующий ток увлечения электронов в поле продольной и поперечной волн.*

Одним из важнейших понятий, используемых при рассмотрении взаимодействия высокочастотных электромагнитных полей с плазмой, является понятие об усредненной пондеромоторной силе. Та часть этой силы, которая связана с неоднородностью высокочастотного поля, хорошо известна и широко используется /1/. В отличие от этого "нестационарная" пондеромоторная сила, определяемая медленным изменением амплитуды высокочастотного поля со временем, продолжает обсуждаться в литературе. Анализ различных выражений для "нестационарной" пондеромоторной силы приведен в работе /2/.

Для вывода пондеромоторной силы обычно используют теорию возмущений по амплитуде высокочастотного поля. В отличие от этого в данной работе "нестационарная" пондеромоторная сила выведена с помощью метода усреднения Боголюбова, где разложение ведется по степеням параметра $\omega^{-1}$ ($\omega$ – большой параметр, имеющий смысл частоты). Найденное в кубическом приближении по этому параметру выражение согласуется с результатом ряда других работ. Рассмотрен ток увлечения, возникающий из-за действия "нестационарной" пондеромоторной силы, и показано, что процесс его возникновения различен для продольных и поперечных волн.

Уравнение движения заряженной частицы запишем в виде /3/

$$\frac{d^2 x_k}{dt^2} = f_k(x_i, v_i, t, \omega t), \tag{1}$$

где $f_k$ – сила, являющаяся функцией координат $(x_i)$, скоростей $(v_i)$, а также содержащая медленную $(t)$ и быструю $(\omega t)$ зависимости от времени. Используя известную процедуру усреднения /3/ и удерживая только квадратичные слагаемые по высокочастотной составляющей силы $\tilde{f}_k$, из уравнения (1) найдем с точностью до кубических по $\omega^{-1}$ слагаемых уравнение медленного, усредненного движения:

$$\frac{d^2\bar{\mathbf{r}}}{dt^2} = \bar{\mathbf{f}} - \frac{1}{\omega}\overline{(\tilde{\mathbf{f}}\vec{\nabla}_v)\tilde{\mathbf{f}}_1} + \frac{1}{\omega^2}\left[-\overline{(\tilde{\mathbf{f}}_1\vec{\nabla})\tilde{\mathbf{f}}_1} - \overline{((\tilde{\mathbf{f}}_1\vec{\nabla}_v)\bar{\mathbf{f}}\vec{\nabla}_v)\tilde{\mathbf{f}}_1} + \overline{\left(\frac{\partial\tilde{\mathbf{f}}_1}{\partial t}\vec{\nabla}_v\right)\tilde{\mathbf{f}}_1}\right] +$$

$$+\frac{1}{\omega^3}\left[-\overline{((\tilde{\mathbf{f}}_2\vec{\nabla}_v)\bar{\mathbf{f}}\vec{\nabla})\tilde{\mathbf{f}}_1} + 2\overline{\left(\frac{\partial\tilde{\mathbf{f}}_2}{\partial t}\vec{\nabla}\right)\tilde{\mathbf{f}}_1} - \overline{(((\tilde{\mathbf{f}}_2\vec{\nabla}_v)\bar{\mathbf{f}}\vec{\nabla}_v)\bar{\mathbf{f}}\vec{\nabla}_v)\tilde{\mathbf{f}}_1} + 2\overline{\left(\left(\frac{\partial\tilde{\mathbf{f}}_2}{\partial t}\vec{\nabla}_v\right)\bar{\mathbf{f}}\vec{\nabla}_v\right)\tilde{\mathbf{f}}_1} - \right. \tag{2}$$

$$\left. -\overline{\left(\frac{\partial^2\tilde{\mathbf{f}}_2}{\partial t^2}\vec{\nabla}_v\right)\tilde{\mathbf{f}}_1}\right] + 0\left(\frac{1}{\omega^4}\right),$$

где $\vec{\nabla}$ и $\vec{\nabla}_v$ – операторы дифференцирования по координатам и скоростям; $\bar{\mathbf{f}}$ и $\tilde{\mathbf{f}}$ – соответственно усредненная и быстропеременная составляющие силы, зависящие от медленно изменяющихся со временем координат и скоростей /3/, $\theta = \omega t$);

$$\overline{f} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\theta' f, \quad \widetilde{f}_1 = \int_0^{\theta} d\theta' \widetilde{f}, \quad \widetilde{f}_2 = \int_0^{\theta} d\theta' \int_0^{\theta'} d\theta'' \widetilde{f}.$$

При учете слагаемых вплоть до $\omega^{-2}$ формула (2) переходит в результат, приведенный в обзоре /3/. Именно в таком приближении возникает обычная пондеромоторная сила /1/.

Рассмотрим движение электрона под действием силы:

$$f = \frac{e}{m}\widetilde{E}(r,t) + \frac{e}{mc}[v\widetilde{B}(r,t)] - \nu v, \tag{3}$$

где $\widetilde{E}$ и $\widetilde{B}$ — напряженность высокочастотного электрического поля и соответствующая магнитная индукция: $\nu$ – эффективная частота столкновений, характеризующая силу трения. Из формул (2) и (3) для усредненной координаты электрона найдем

$$\frac{d^2\overline{r}}{dt^2} + \nu\frac{d\overline{r}}{dt} = -\frac{e}{m^2c\omega}\overline{[\widetilde{E}\widetilde{B}_1]} + \frac{e}{m^2\omega^2}\left\{-\overline{(\widetilde{E}_1\vec{\nabla})\widetilde{E}_1} + \frac{\nu}{c}\overline{[\widetilde{E}_1\widetilde{B}_1]} + \frac{1}{c}\overline{\left[\frac{\partial\widetilde{E}_1}{\partial t}\widetilde{B}_1\right]}\right\} +$$

$$+\frac{e^2}{m^2\omega^2}\left\{\nu\overline{(\widetilde{E}_2\vec{\nabla})\widetilde{E}_1} + 2\overline{\left(\frac{\partial\widetilde{E}_2}{\partial t}\vec{\nabla}\right)\widetilde{E}_1} - 2\frac{\nu}{c}\overline{\left[\frac{\partial\widetilde{E}_2}{\partial t}\widetilde{B}_1\right]}\right\}, \tag{4}$$

где

$$\widetilde{B}_1 = \int_0^{\theta} d\theta'\widetilde{B}, \quad \widetilde{E}_1 = \int_0^{\theta} d\theta'\widetilde{E}, \quad \widetilde{E}_2 = \int_0^{\theta} d\theta'\int_0^{\theta'} d\theta''\widetilde{E}.$$

Будем считать, что напряженность электрического поля имеет вид:

$$\widetilde{E}(r,t) = \frac{1}{2}\left\{E_0(r,t)e^{-i\omega t} + E_0^*(r,t)e^{i\omega t}\right\} \tag{5}$$

где $E_0$ – медленная функция времени. Для магнитной индукции, ограничившись членами первого порядка по малым производным $\partial E_0/\partial t$, найдем из уравнения Максвелла $\mathrm{rot}\, E = -c^{-1}\,\partial B/\partial t$ выражение

$$\widetilde{B}(r,t) = -\frac{ic}{2\omega}\,\mathrm{rot}\left(E_0 - \frac{i}{\omega}\frac{\partial E_0}{\partial t}\right)e^{-i\omega t} - \text{k.c.} \tag{6}$$

Подставив выражения (5) и (6) в формулу (4) и проведя усреднение, получим:

$$\frac{d^2\overline{r}}{dt^2} + \nu\frac{d\overline{r}}{dt} = -\frac{e^2}{4m^2\omega^2}\vec{\nabla}|E_0|^2 + \frac{ie^2}{4m^2\omega^3}\left\{\vec{\nabla}\left(E_0^*\frac{\partial E_0}{\partial t}\right) + \frac{\partial}{\partial t}((E_0\vec{\nabla})E_0^*) +\right.$$

$$\left. + \nu((E_0\vec{\nabla})E_0^* + [E_0\,\mathrm{rot}\,E_0^*]) - \text{k.c.}\right\}. \tag{7}$$

При $\nu = 0$ выражение (7) совпадает с результатами работ /4,5/, но отличается от результатов других работ (напр., /2, 6–8/). Причины различия результатов и составляют предмет ведущейся в настоящее время дискуссии.

Для того, чтобы выявить влияние "нестационарной" пондеромоторной силы на ток увлечения, рассмотрим волну с зависящей от времени амплитудой и положим $\mathbf{E}_0 = \vec{\mathcal{E}}(t)\,e^{i\mathbf{kr}}$. Из формулы (7) найдем

$$\frac{d^2\overline{\mathbf{r}}}{dt^2} + \nu\,\frac{d\overline{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{e^2}{m^2\omega^3}\left\{\frac{1}{2}\,\nu\,\mathbf{k}|\mathcal{E}|^2 + \frac{1}{4}\,\frac{\partial}{\partial t}\,(\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{k}\vec{\mathcal{E}}^*) + \vec{\mathcal{E}}^*(\mathbf{k}\vec{\mathcal{E}}))\right\}. \qquad (8)$$

Для волны с продольной поляризацией ($\mathbf{k}\parallel\vec{\mathcal{E}}$) из формулы (8) следует, что ток увлечения $\mathbf{j}^l$ изменяется со временем таким же образом, как и квадрат амплитуды волны:

$$\mathbf{j}^l = eN\,\frac{d\overline{\mathbf{r}}}{dt} = 2eN\left(\frac{e}{2m}\right)^2\,\frac{\mathbf{k}}{\omega^3}\,|\mathcal{E}(t)|^2, \qquad (9)$$

где $N$ – концентрация электронов. Для волны с поперечной поляризацией ($\mathbf{k}\perp\vec{\mathcal{E}}$) изменение тока увлечения $\mathbf{j}^{tr}$ происходит по другому закону:

$$\mathbf{j}^{tr} = 2eN\left(\frac{e}{2m}\right)^2\,\frac{\mathbf{k}}{\omega^3}\,\nu\int^{t} dt'\,e^{\nu(t-t')}\,|\mathcal{E}(t')|^2. \qquad (10)$$

Из формул (9) и (10) следует, что при нарастании амплитуды от нуля до постоянного значения $\vec{\mathcal{E}}_0$ процесс установления тока увлечения различен для продольных и поперечных волн, хотя установившийся ток не зависит от поляризации волны. Этот вывод согласуется с результатом работы /9/, где использована теория возмущений по амплитуде волны и рассмотрена конкретная процедура включения.

В заключение отметим, что в данной работе, как и в большинстве других работ, посвященных "нестационарной" пондеромоторной силе, изменение амплитуды высокочастотной волны во времени и в пространстве рассматривается независимо. В действительности же между производными от амплитуды по пространственным и временным переменным имеется связь. Учет этой связи, возможно, позволит устранить несоответствие результатов различных работ.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Гапонов А. В., Миллер М. А. ЖЭТФ, **34**, 242 (1958).
2. Zeidler A., Schnabl H., Mulser P. Phys. Fl., **28**, 372 (1985).
3. Морозов А. И., Соловьев Л. С. В сб. "Вопросы теории плазмы", М., Атомиздат, 1973, т. 2, с. 177.
4. Токман М. Д. Физика плазмы, **10**, 568 (1984).
5. Vuković S. Laser and Particle Beams, **2**, 293 (1984).
6. Kono M., Škorić M., ter Haar D. J. Plasma Phys., **26**, 123 (1981).
7. Statham G., ter Haar D. Plasma Phys., **25**, 681 (1983).
8. Karpman V. I., Shagalov A. G. J. Plasma Phys., **27**, 215 (1982).
9. Горбунов Л. М., Гутьеррес С. Р. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 7, 19 (1986).


Поступила в редакцию 11 октября 1986 г.