Краткие сообщения по физике № 1-1987 г.

УДК 539.12.01

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПОТЕНЦИАЛА НА ОТНОСИТЕЛЬНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ УРОВНЕЙ АТОМОВ И КВАРКОНИЕВ

Л.И. Дремин

Результаты, полученные в точно решаемых квантовомеханических моделях, согласуются с теоремой об относительном расположении энергетических уровней квактовомеханических систем и указывают качественные следствия для поведения уровней кварkoниев. Разобран пример, выходящий за рамки предположений этой теоремы, и на его основе сделан вывод о влиянии изменения массы кварков, удержания и асимптотической свободы на спектры кваркониев.

Только в простейших атомных системах (водород, позитроний и т.п.) кулоновский потенциал используется при расчетах их уровней. В более сложных атомах электроны также испытывают самосогласованное влияние других электронов, хотя парные взаимодействия в нерелятивистском приближении остаются чисто кулоновскими. Еще более сложная ситуация в атомоподобных кварковых системах – кваркониях. Здесь потенциал не выводится теоретически, а выбирается феноменологически, так как квантовая хромодинамика пока не способна делать столь же детальные выводы, как квантовая электродинамика (см., напр., /1/).

В связи с этим представляет интерес общая теорема об относительном расположении уровней квантовомеханических систем при разной форме потенциала V, доказанная в /2/ и гласящая, что в случае сферически-симметричных потенциалов, лапласиан которых всюду положителен (отрицателен), энергетические уровни системы с одинаковым главным квантовым числом n расположены тем ниже (выше) на шкале энергий E, чем больше орбитальный момент l, т.е.

$$\text{при}\quad \frac{1}{r^2}\,\frac{d}{dr}\left(r^2\,\frac{dV}{dr}\right) \gtrless 0 \qquad E(n,l) \lesseqgtr E(n,l-1). \tag{1}$$

Кулоновский потенциал является как бы разделом между двумя классами потенциалов, т.к. здесь лапласиан всюду (кроме r = 0) обращается в нуль и имеется кулоновское вырождение уровней (независимость их от l при данном n).

Вместе с тем представляют интерес потенциалы, лапласиан которых знакопеременный. Одним из них является потенциальная яма или, например, потенциал, предложенный в /3/ для описания кваркониев. Здесь не доказано столь же общей теоремы как для потенциалов со знакопостоянным лапласианом. Изучим влияние изменения формы такого класса потенциалов на расположение уровней систем в конкретных моделях.

Рассмотрим простейшую из них, когда потенциал равен сумме кулоновского потенциала и прямоугольной ямы:

$$V_2(r) = -B/r - V_0\Theta(r_0 - r). \tag{2}$$

Влияние второго слагаемого (ямы) учтем по теории возмущений и изучим лишь расщепление нижних уровней 2S и 1S (δ_S), а также 2S и 2P (δ_{SP}). Используя кулоновские волновые функции, получим:

$$\delta^{(2)}_{SP} \equiv E_{2S} - E_{2P} = (V_0/12)\, r_0^3 (r_0 - 2)\, e^{-r_0},$$

$$\delta^{(2)}_{S} \equiv E_{2S} - E_{1S} = 3/8 + V_0 e^{-r_0}[1 + r_0 + r_0^2/2 - r_0^4/8 - e^{-r_0}(1 + 2r_0 + 2r_0^2)],$$

где использованы кулоновские единицы энергии $B^2 m/\hbar^2$ и длины $\hbar^2/mB$ (m – приведенная масса системы).

Расщепление S-уровней (δ_S) всюду положительно, обращается в нуль при $r_0 = 0$ и $r_0 \to \infty$ и максимально при $r_0 \approx 3{,}15$, достигая значения около $0{,}9V_0$. Расщепление 2S и 2P-уровней может быть как положительным (при $r_0 > 2$), так и отрицательным (при $r_0 < 2$) в зависимости от ширины ямы (рис. 1).

Если применить модельный потенциал (2) для описания топония с m = 20 ГэВ, $B = 4a_S/3 \approx 0{,}2 \div 0{,}25$, V_0 = 600 МэВ и r_0 = 2 (что отвечает r_0 = 0,1 Фм, как в работе /3/), то получим $\delta_S^{(2)} \approx 700 \div 900$ МэВ и $\delta_{SP}^{(2)} = 0$. Оценки для расщепления S-уровней близки к тому, что получено в /3/ на основе численного расчета с потенциалом, где вместо кулоновского в (2) взят феноменологический межкварковый потенциал. Оценки δ_{SP} резко отличаются от полученных в /3/. Это, видимо, связано с тем, что феноменологический потенциал отличается от кулоновского учетом асимптотической свободы на малых расстояниях и удержания кварков на больших. Ниже эти отличия смоделированы с помощью решаемых квантовомеханических моделей.

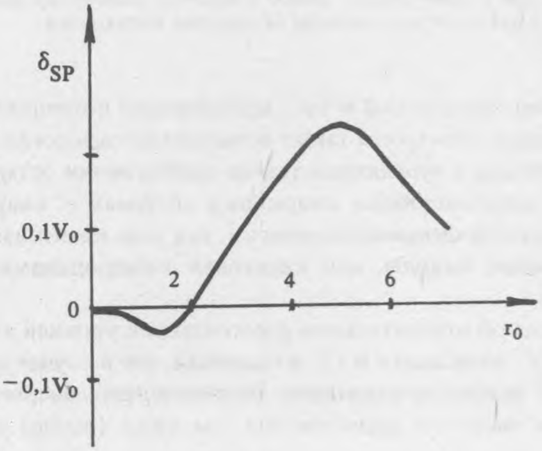

Рис. 1. Разность энергий 2S и 2P-уровней $\delta_{SP}^{(2)}$ как функция ширины ямы r_0 в потенциале (2).

Асимптотическая свобода приводит к тому, что реальный потенциал на малых расстояниях больше кулоновского. Поэтому ее влияние можно качественно оценить с помощью модели

$$V_3 = -B/r + A/r^2 \quad (A > 0). \tag{3}$$

При малых A кулоновский потенциал слабо изменяется в основной области, и отталкивание становится сильным лишь в области очень малых расстояний, где волновые функции кваркониев малы, а потому оно также не слишком заметно. Точное решение (см., напр., /4/) при $mA \ll 1$ дает:

$$\delta_{SP}^{(3)} = (B^2 m/\hbar^2)(mA/6\hbar^2) > 0,$$

$$\delta_S^{(3)} = (B^2 m/\hbar^2)(3/8 - 7mA/4\hbar^2),$$

т.е. расщепление SP положительно (как и следует из теоремы (1)) и растет с ростом A, тогда как расстояние 2S от 1S-уровня уменьшается с A. Отметим, что абсолютное уменьшение δ_S оказывается более чем на порядок превышающим расщепление δ_{SP}. Это указывает на то, что одной лишь асимптотической свободой нельзя объяснить полученное в /3/ большое расщепление SP, т.к. при этом резко уменьшится расстояние от 2S до 1S. Добавление потенциальной ямы к модели (3), т.е. рассмотрение потенциала

$$V_4 = -B/r + A/r^2 - V_0\Theta(r_0 - r) \tag{4}$$

не меняет существенно выводов. Например, для дополнительного (за счет последнего слагаемого) SP-расщепления получим:

$$\delta_{SP}^{(4)} = \frac{V_0}{12}\,[r_0^3(r_0-2)\,e^{-r_0} - 32\,(mA/\hbar^2)\mathrm{Ei}(-r_0) + (4mA/3\hbar^2)e^{-r_0}(r_0^5 - \frac{34}{3}r_0^4 + \frac{11}{3}r_0^3 - 18r_0^2 - 24r_0) +$$

$$+ (8mA/3\hbar^2)e^{-r_0}(C + \ln r_0)(2r_0^4 - r_0^3 + 6r_0^2 + 12r_0 + 12)],$$

где C – постоянная Эйлера. При $r_0 = 2$ $\delta_{SP}^{(3)} \approx - mAV_0/4\hbar^2$. Это показывает, что нуль на рис. 1 слабо сдвигается к большим r_0.

Таким образом, результат работы /3/ можно объяснить как следствие совместного влияния удержания и асимптотической свободы. Его можно смоделировать, рассмотрев потенциал

$$V_5 = A/r^2 + Dr^2, \tag{5}$$

где, правда, удержание достигается не обычно принимаемым линейным потенциалом, а осцилляторным. При малых A находим

$$\delta_{SP}^{(5)} = 2\hbar(D/2m)^{1/2}(1 + 4mA/3\hbar^2), \quad \delta_{S}^{(5)} = 4\hbar(D/2m)^{1/2}.$$

Видно, что расстояние между 2S и 1S не зависит от A, а между 2S и 2P расщепление положительно (что соответствует теореме (1)) и растет с ростом A. Итак, удержание стабилизирует разность 2S и 1S-энергий, увеличивая разность 2S и 2P.

Подводя итог, отметим:

1) точно решаемые квантовомеханические модели согласуются с теоремой о связи формы потенциала с относительным расположением энергетических уровней системы;

2) в случае потенциалов со знакопеременным лапласианом 2P-уровень может быть расположен как выше, так и ниже 2S-уровня;

3) моделирование явлений изменения массы кварков (2), асимптотической свободы (3) и удержания (5) позволяет понять качественно их влияние на расщепление нижних уровней кваркония.

Большое расщепление 2S и 1S-уровней в /3/ связано в основном с изменением массы кварков, а 2S и 2P-уровней – с совместным действием удержания и асимптотической свободы. Появление экспериментальных данных о топонии поможет заметно прояснить ситуацию и понять относительную роль различных вкладов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Быков А. А., Дремин И. М., Леонидов А. В. УФН, **143**, 3 (1984).
2. Baumgartner B., Gross H., Martin A. Phys. Lett., **146B**, 363 (1984).
3. Быков А. А., Дремин И. М. Письма в ЖЭТФ, **42**. 119 (1985).
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, М., ГИФМЛ, 1963, с. 156.

Поступила в редакцию 22 октября 1986 г.