УДК 537.312

К ПРОБЛЕМЕ ГОРЯЧЕГО ФОНОННОГО ПЯТНА

Е. П. Фетисов

На основе решения задачи о миграции неравновесных фононов доказана возможность образования нагретой области с локальной температурой в случае цилиндрической симметрии. Получено ограничение на парамаетры источника возбуждения (мощность, длительность импульса), которые оказываются более жесткими по сравнению с плоской геометрией.

Интенсивное импульсное лазерное или корпускулярное возбуждение сопровождается появлением потока неравновесных оптических и акустических фононов. Значительная часть первичных акустических фононов, а также вторичных, образовашихся в результате распада оптических фононов, распространяется баллистически и уносит основную часть энергии. Однако при определенных условиях наблюдается накопление фононов в ограниченной области и образование квазиравновесной перегретой системы – "горячего фононного пятна" [1, 2], фононы в которой описываются планковским распределением с определенной температурой.

Одним из условий образования "пятна" является достаточная плотность энерговыделения. Поэтому существенную роль в образовании горячей области играет геометрия задачи. Фононное пятно заведомо образуется при достаточной мощности импульса в плоской геометрии и всегда отсутствует вследствие быстрого рассредоточения энергии в случае точечного источника. Цилиндрическая геометрия занимает промежуточное положение, и вопрос о существовании "пятна" остается открытым. В то же время, например, в наиболее перспективном варианте "холодного" гамма-лазера [3], для которого проблема теплоотвода является определяющей, область генерации имеет именно цилиндрическую симметрию, и вопрос о "горячем пятне" представляет далеко не академический интерес. Предварительные краткие результаты приведены в работе [4].

Итак, предполагается, что область стационарного в течение времени t энерговыделения представляет собой бесконечный цилиндр радиуса R, в котором однородно по сечению рождаются неравновесные фононы с частотой ω и числами заполнения n. Частоты неравновесных фононов значительно выше характерных частот тепловых фононов, а числа заполнения малы, $n \ll 1$. В этих условиях основными элементарными процессами при низких температурах являются упругое рассеяние фононов на примесях и дефектах и спонтанный ангармонический распад фононов, тогда как роль процессов слияния, пропорциональных n^2, в этих условиях мала. С течением времени при достаточно высоком уровне возбуждения числа заполнения могут возрастать вплоть до $n \sim 1$, и в результате баланса процессов распада и слияния образуется область локального теплового равновесия, называемая "горячим фононным пятном".

Функция распределения фононов $n(r,t)$ описывается диффузионным уравнением с источником $\hat{B}n$:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - D(\omega)\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial n}{\partial r}\right) = -\frac{n}{\tau} + \hat{B}n,$$

$$\hat{B}n \equiv \hat{B}(\omega)n = \int\limits_{\omega}^{\infty} d\omega' \rho(\omega') n(\omega') P(\omega' \to \omega). \tag{1}$$

Здесь $D = s^2\tau/3$ – коэффициент диффузии, $l(\omega) = [D(\omega)\tau(\omega)]^{1/2}$ – диффузионная длина, τ_s, τ – соответственно, времена упругого рассеяния и распада, $P(\omega' \to \omega)$ – вероятность появления фонона частоты ω в процессе распада фононов с $\omega' > \omega$, $\rho(\omega)$ – плотность фононов

$$\tau = (A_l \omega^5)^{-1}, \ \ \tau_s = (A_s \omega^4)^{-1}. \tag{2}$$

Заметим, что последовательность распадов приводит к появлению фононов все более низких частот, обладающих большой длиной диффузии. Для некоторой частоты ω_R диффундирующие фононы начинают выходить из прогретого слоя, $l(\omega_R) = R$. Соответствующее время определяется равенством $t_R = \tau(\omega_R)$. Наряду с мощностью I_0 и длительностью импульса накачки t_0 параметры t_R и ω_R определяют процесс эволюции неравновесных фононов.

Обратимся сначала к наиболее благоприятному с точки зрения формирования квазилокальной области случаю длинной накачки, $t_0 \gg t_R$. В пределе относительно малых времен распределение, очевидно, остается однородным. Вводя безразмерное время $\eta = t/\tau(\omega) = tA_l\omega^5$, в случае автомодельного решения (ср. [2]) получаем уравнение

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} f_\sigma(\eta) = f_\sigma(\eta) + \int\limits_0^1 \frac{dx}{x} x^{-(\sigma+5)} h(x) f_\sigma(\eta/x^5),$$

$$h(x) = P(1,x)[\int\limits_0^1 dx x^3 P(1,x)]^{-1}, \; x = \omega/\omega'. \tag{3}$$

Учитывая линейный рост полной энергии единицы длины цилиндра со временем, в рассматриваемом случае $t_0 \gg t_R$ для параметра σ получаем значение –9. Нормируя функцию f_σ условием

$$\frac{1}{5} \int\limits_0^1 \frac{d\eta}{\eta} \eta^{(\sigma+4)/5} f_\sigma(\eta) = 1,$$

получаем окончательное распределение в виде

$$n(\omega, t) = \frac{2W}{\hbar R A_l} \omega^{-9} f_{-9}(\eta) = \frac{2W\tau(\omega)}{\hbar R \omega^4} f_{-9}(\eta), \tag{4}$$

где W – мощность на единицу поверхности. Зависимость средней частоты от времени определяется условием $\eta \sim 1$, что дает $\tau(\omega) \sim t$. Для чисел заполнения, аналогично [2], получаем в рассматриваемом случае

$$n \sim (W/W_R)(t/t_R)^{9/5}, \; W_R = P_R/t_R, \; P_R = \hbar R \omega_R^4. \tag{5}$$

Для мощности $W \gg W_R$ на некотором этапе распада даже в области $t \ll t_R$ возможна компенсация процессов распада и слияния, $n \sim 1$, и установление температуры. Поскольку $2W\tau(\omega_T)/\hbar R \omega_T^4 \simeq 1$, соответствующее время оказывается порядка $\hat{t} \sim \tau(\omega_T) \sim \hbar R \omega_T^4 / 2W$. Условия подобны плоскому случаю, однако соответствующая плотность энергии при той же мощности W на единицу площади и той же толщине прогретого слоя должна быть в 2π раз больше.

Для малых мощностей $W \ll W_R$ распад будет продолжаться вплоть до выхода фононов из прогретого слоя, $t_0 > t \gtrsim t_R$, после чего задача становится неоднородной, и в уравнении (1) необходимо учитывать диффузию. В безразмерных переменных η и $\zeta = r/l(\omega)$ уравнение для автомодельного решения $n(\omega, t, r) = c\omega^\sigma f_\sigma(\eta, \zeta)$ принимает следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} - D \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial f}{\partial \zeta} \right) = -f + \int\limits_0^1 \frac{dx}{x} x^{-(\sigma+5)} h(x) f \left(\frac{\eta}{x^5}, \frac{\zeta}{x^{9/2}} \right). \tag{6}$$

Как и в предыдущем случае, из условия линейного роста энергии со временем

$$E = 2\pi RWt \sim t^{(1-\sigma/5)} \tag{7}$$

получаем $\sigma = 0$, в отличие от $\sigma = 9/2$ в плоской геометрии. В результате заселенность оказывается не зависящей от времени.

$$n(\omega, t, r) = cf_0(\eta, \zeta), \; c = \frac{WR\tau(\omega_R)}{\hbar\omega_R^4 l^2(\omega_R)} \tag{8}$$

или $n = WR^2/W_R$. С момента выхода фононов из прогретого слоя заселенность более не растет. Таким образом, в отличие от плоского случая пятно может сформироваться лишь на первоначальной стадии $t \ll t_R \ll t_0$, а затем лишь расширяться в течение накачки.

Наконец, после окончания импульса, $t > t_0 > t_R$ энергия фононной системы остается постоянной, и из условия (7) находим $\sigma = 5$, так что

$$n(\omega, t, R) = c\omega^5 f_5(\eta, \zeta) = \frac{Wt_0R^2}{W_R t_R l(\omega)} \left(\frac{\omega_R}{\omega}\right)^5 f_5(\eta, \zeta). \tag{9}$$

В результате после окончания длительной накачки $t_0 \gg t_R$ при любой мощности числа заполнения только падают, $n \sim 1/t$:

$$n(\omega, t, r) = \frac{Wt_0}{W_R t_R} \left(\frac{t}{t_R}\right)^{-1}. \tag{10}$$

Заметим, что закон спадания гораздо более резкий, чем в плоском случае, где $n \sim (1/t_R)^{-1/10}$.

В случае короткой накачки, $t_0 \ll t_R$, фононы за время импульса не успевают выйти из прогретого слоя. Распределение остается однородным и дается формулой (4). Последнюю можно переписать (ср. [2]) в виде

$$n(\omega, t, r) = \frac{Wt_0}{W_R t_R} \left(\frac{t_0}{t_R}\right)^{4/5} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{9/5}. \tag{11}$$

Для достаточно большой плотности энергии $(E_0/E_R) \gg (t_R/t_0)^{4/5}$ возможно выполнение необходимых условий образования области локальной температуры. В противном случае распад будет продолжаться.

После окончания накачки $t > t_0$ энергия постоянна, но для $t_R > t$ распределение по-прежнему однородно. В результате получаем $\sigma = -4$ и

$$n = \frac{2E_0}{\hbar R\omega^4} f_{-4}(\eta). \tag{12}$$

Временна́я зависимость принимает вид

$$n(\omega, t, r) \simeq \frac{2E_0}{E_R} \left(\frac{t}{t_R}\right)^{4/5}. \tag{13}$$

Рост со временем более медленный, чем во время накачки. Учитывая также малость отношения t/t_R, появление "пятна" можно ожидать лишь в случае большого энерговыделения, $2E_0 \gg E_R$. В противном случае будут преобладать процессы распада, и после выхода фононов из прогретой области числа заполнения будут только падать, и довольно быстро, $n \sim (t/t_R)^{-1}$ (см. (10)).

Таким образом, в случае цилиндрической геометрии, в отличие от сферической, образование "горячего пятна" вполне возможно, однако условия установления локальной температуры оказываются более жесткими. "Пятно" может возникнуть лишь до выхода фононов из прогретого слоя, в области однородного распределения, при этом пороговая мощность оказывается более высокой, чем для плоской геометрии. Температура в пятне определяется условием $n(\omega_T) \sim 1$, и устанавливается в момент времени $t_T \sim \tau(\omega_T)$.

Общие выводы о возможности формирования "горячего пятна" в цилиндрической геометрии и сужение соответствующей области параметров (мощность, длительность накачки) подтверждают качественный анализ, проведенный в работе [5] путем несимметричного деформирования плоской прогретой области, рассматривавшейся в [2]. Заметим, что полной аналогии с цилиндрической геометрией в [5] нет; поскольку фононы распространяются лишь в одной полуплоскости, что скорее ближе к "полуцилиндру", но при этом отсутствует учет отражения фононов. Поэтому, в частности, оказываются неучтенными дополнительные ограничения на формирование "пятна" лишь до выхода фононов из слоя (цилиндра), и нельзя строго указать пороговые энергии. Оценка температур в "горячем пятне" и построение диаграммы (глубина прогрева, температура) будут приведены в дальнейшей работе.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ (грант 96–15–96750).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Hersel I. C., Dynes K. C., Phys. Lett., **39**, 969 (1977).
[2] Казаковцев Д. В., Левинсон И. В. ЖЭТФ, **88**, 2228 (1985).
[3] Karyagin S. V. Laser Physics, **5**, 343 (1995).
[4] Фетисов Е. П. Научная сессия МИФИ-99, Сборник научных трудов, **1**, 204 (1999).
[5] Галкина Т. И., Шарков А. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 2 – 3, 86 (1996).

Поступила в редакцию 28 июня 1999 г.