*Краткие сообщения по физике № 3-1987 г.*

УДК 533.951

# К ТЕОРИИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

В.Ю. Быченков, В.П. Силин

*Обнаружена новая гидродинамическая неустойчивость плазмы в условиях аномального переноса, обусловленного ионно-звуковой турбулентностью.*

Возникновение аномального переноса в плазме с развитой ионно-звуковой турбулентностью (ИЗТ) /1/ и связанное с ним качественное изменение гидродинамического описания плазмы ставит вопрос о пересмотре подхода к исследованию устойчивости плазмы. Действительно, в условиях новой гидродинамики, качественно отличающейся от обычной, характеризуемой парными столкновениями, из работ /2,3/ следует, что аномальный перенос и аномальное перераспределение тепла приводят к новой гидродинамической неустойчивости потенциального типа, при которой происходит раскачка возмущений с частотой, близкой к частоте ионного звука. В настоящем сообщении показана возможность еще одной гидродинамической неустойчивости, отвечающей нарастанию возмущений с частотами, меньшими ионно-звуковой частоты. Выявлены условия, в которых состояние плазмы оказывается неустойчивым относительно раскачки таких возмущений.

Ограничиваясь рассмотрением бестоковых течений плазмы, запишем уравнения переноса в плазме с ИЗТ в следующем виде /3/:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \operatorname{div} n_e \mathbf{u} = 0, \quad \frac{\partial T_e}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla T_e + \frac{2}{3} T_e \operatorname{div}\mathbf{u} + \frac{2}{3\kappa n_e} \operatorname{div}\mathbf{q} = -\nu_T T_e - Q,$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{n_i m_i} \nabla n_e \kappa T_e, \quad \frac{\partial T_i}{\partial t} + \mathbf{u}\nabla T_i + \frac{2}{3} T_i \operatorname{div}\mathbf{u} = z\nu_T T_e. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{u}$ – скорость течения плазмы; $m_{i(e)}$, $n_{i(e)}$, $T_{i(e)}$ – масса, плотность, температура ионов (электронов), $z$ – кратность ионизации ионов, $\mathbf{q}$ – электронный тепловой поток:

$$\mathbf{q} = -F n_e \kappa T_e (1+\epsilon) v_s \nabla T_e / |\nabla T_e|, \tag{2}$$

где $F \approx 7{,}5$, $\epsilon \sim \omega_{Le}^2 r_{De} T_i / \omega_{Li}^2 L z T_e \equiv Y T_i / z T_e$, $L \equiv |\nabla \ln T_e|^{-1}$, $v_s$ – ионно-звуковая скорость и принято $\epsilon \ll 1$, т.е. $L \gg r_{De} T_i \omega_{Le}^2 / z T_e \omega_{Li}^2$, что, как будет видно из дальнейшего, требуется для возникновения неустойчивости. Эффективная частота релаксации тепловой энергии частиц $\nu_T$, входящая в уравнения (1), определяется формулой

$$\nu_T = F_T v_s L^{-1}, \tag{3}$$

где $F_T \approx 0{,}4$. Помимо эффектов, обусловленных наличием ИЗТ, с помощью Q феноменологически учтены потери энергии электронами не связанные с ИЗТ, но возможные в реальных устройствах. В частности, Q может быть связана с потерей энергии на излучение, а в слабоионизованной плазме с рекомбинацией, ионизацией и возбуждением атомов. Об эффектах, описываемых с помощью Q, будем говорить как о дополнительных потерях. При этом будем считать Q функцией $n_e$ и $T_e$.

Предполагая, что существуют решения уравнений (1) с q и $\nu_r$, определяемыми формулами (2), (3), описывающие течения плазмы, характеризуемые пространственным масштабом L и временным масштабом $\tau$, поставим вопрос о том, при каких L и $\tau$ решения уравнения (1) оказываются неустойчивыми по отношению к мелкомасштабным возмущениям с волновым числом k и частотой $\omega$, удовлетворяющими условиям $kL \gg 1$, $\omega\tau \gg 1$. При этом характерное время $\tau$ должно быть велико по сравнению со временем установления теплового потока (2)

$$\tau \gg \omega_{Le}/\omega_{Li}^2\epsilon, \tag{5}$$

а пространственный масштаб L должен быть достаточно малым, чтобы реализовался аномальный, а не классический перенос.

$$L < L_{th} \approx v_{Te}^2/\nu_e v_s, \tag{6}$$

где $\nu_e$ – частота электрон-ионных (нейтральных) столкновений, $v_{Te}$ – тепловая скорость электронов. Кроме того, следует иметь ввиду, что использование гидродинамических уравнений (1) для анализа устойчивости основного состояния предполагает выполнение неравенства $\nu_{eff} \gg kv_{Te}$. Поскольку эффективная частота столкновений, описывающая аномальный перенос, согласно (2) составляет $\nu_{eff} \sim v_{Te}^2/Lv_s$, то область изменения волнового числа ограничена сверху: $k \ll k_{max} \sim \omega_{Le}/\omega_{Li}L$. Это соотношение, согласно (4), приводит к условию $1 \ll kL \ll \omega_{Le}/\omega_{Li}$.

Рассматривая малые отклонения от основного состояния, характеризуемые возмущениями плотности, скорости, температуры электронов и ионов $\propto \exp(-i\omega t + i\mathbf{kr})$, получаем дисперсионное уравнение /3/, из которого в условиях $|\omega'^2| \ll \omega_s^2$, $|\omega'| \ll F\omega_s\cos\theta$, где $\omega' = \omega - \mathbf{ku}$, $\omega_s = v_s k$, $\theta = \measuredangle\, \mathbf{k}, \nabla T_e$ имеем:

$$\omega' \cong \frac{F_T\cos\theta[F\omega_s(Y-1)\cos\theta - (3/2)i\gamma_n]}{(1/2)F_2\omega_s\cos\theta + i[(\epsilon+\sin^2\theta)FkL\omega_s + (3/2)(\gamma_T-\gamma_n)]}\ \omega_s, \tag{7}$$

где $F_2 = F - 3F_T$, $\gamma_T = \partial Q/\partial T_e$, $\gamma_n = T_e^{-1}(\partial Q/\partial \ln n_e)$ в случае классического переноса ($q = -\chi\nabla\kappa T_e$, $\chi$ – коэффициент теплопроводности) аналогом (7) является соотношение $\omega' = (3/5)i(\gamma_n - \gamma_T - 2\chi k^2/3n_e)$, из которого следует, что отвечающая ему апериодическая неустойчивость возможна лишь из-за наличия дополнительных потерь. Для ее реализации необходимо, чтобы

$$\gamma_n > \gamma_T + 2\chi k^2/3n_e. \tag{8}$$

Условие (8) может выполняться, например, в случае радиационных потерь для достаточно длинных волн. Такая неустойчивость предсказана в работе /4/.

В отличие от случая обычного переноса соотношение (7) может отвечать неустойчивости в отсутствие дополнительных потерь. Действительно, при $\gamma_n = \gamma_T = 0$ из (7) получаем

$$\mathrm{Re}\,\omega' \approx 2FF_TF_2\omega_s\cos^3\theta(Y-1)[F_2^2\cos^2\theta + 4F^2k^2L^2(\epsilon+\sin^2\theta)^2]^{-1}, \tag{9}$$

$$\gamma \approx 4F^2F_TkL\omega_s(1-Y)\cos^2\theta(\epsilon+\sin^2\theta)[F_2^2\cos^2\theta + 4F^2k^2L^2(\epsilon+\sin^2\theta)^2]^{-1}. \tag{10}$$

Согласно (10) неустойчивость возникает, если $Y < 1$, т.е. при

$$L > r_{De}\omega_{Le}^2/\omega_{Li}^2. \tag{11}$$

Заметим, что, в отличие от длинноволновой ионно-звуковой неустойчивости /3/, вязкость, обусловленная ионными столкновениями, не оказывает заметного влияния на раскачку обсуждаемой неустойчивости. При значениях Y не близких к единице инкремент (10) оказывается сравнимым по величине с полученным в /3/ для случая $|\omega'| \approx \omega_s$.

При $kL \leqslant F_2/2F\epsilon$ максимальное по углу значение инкремента (10) достигается при $\sin^2\theta = F_2/2FkL - \epsilon$ и составляет:

$$\gamma_{max} \approx 0{,}5\,(1 - Y)\,\omega_s. \tag{12}$$

Реализация соотношения (12) ограничена околопороговой областью, когда отличие Y от единицы не превышает нескольких десятых, поскольку в противоположном случае малых значений $Y \ll 1$ в условиях реализации максимального инкремента (12) имеем $(\mathrm{Re}\,\omega')^2 + \gamma_{max}^2 \approx 0{,}5\omega_s^2$, тогда как при получении формул (9), (10) предполагалось $|\omega'^2| \ll \omega_s^2$. Если же $kL \geqslant F_2/2F\epsilon$, то имеем для $\gamma_{max}$ следующее выражение:

$$\gamma_{max} \approx 4F^2 F_T kL\,(1 - Y)\,\epsilon\omega_s/\,(F_2^2 + 4F^2 k^2 L^2 \epsilon^2), \tag{13}$$

которое достигается при $\theta = 0, \pi$ и оказывается меньше, чем (12).

Учитывая пороговые условия (11) возбуждения неустойчивости и неравенство (6), можно теперь сформулировать требования, которым должен удовлетворять характерный масштаб неоднородности, чтобы исходное состояние плазмы было неустойчивым по отношению к возникновению низкочастотных возмущений с $|\omega'| < \omega_s$. Соответствующие условия имеют вид:

$$\omega_{Le} v_{Te}/\omega_{Li}\nu_e > L > \omega_{Le}^2 r_{De}/\omega_{Li}^2. \tag{14}$$

Принимая во внимание $\omega\tau > 1$ и то, что согласно (12), (13) $\gamma_{max} \gtrsim v_s/L\epsilon$, получаем следующее условие, которому должен удовлетворять характерный временной масштаб изменения гидродинамических величин

$$\tau > \max\ (LzT_e/v_{Te}T_i,\ \omega_{Le}^2 T_i/\omega_{Li}^3 z T_e). \tag{15}$$

Таким образом, условия возникновения неустойчивости определяются совместным выполнением соотношений (14), (15). Из (7) следует, что наличие дополнительных потерь может усиливать раскачку неустойчивости, в частности, приводить к развитию неустойчивости при $Y > 1$, т.е. в тех условиях, когда она в случае $\gamma_n = \gamma_T = 0$ невозможна. Последнее реализуется, если:

$$3\gamma_n\,[1 + F_2/2F\,(1 - Y)\,] > 3\gamma_T + 2\,(\epsilon + \sin^2\theta) FkL\omega_s.$$

При $Y \gg 1$ это условие указывает на возможность раскачки неустойчивости в случае $\gamma_n > \gamma_T$, что имеет место и в случае классического переноса (см. (8)).

Полученные результаты расширяют представления о линейной стадии неустойчивости плазмы в условиях аномального переноса /2,3/. Рассмотренная новая гидродинамическая неустойчивость важна в лазерной плазме, поскольку приводит к ее турбулизации.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Быченков В.Ю., Силин В.П. ЖЭТФ, 82, 1886 (1982).
2. Быченков В.Ю., Силин В.П. Письма в ЖЭТФ, 44, 40 (1986).
3. Быченков В.Ю., Силин В.П. Физика плазмы, 13, № 6 (1987).
4. Evans R.G. Plasma Phys. and Contr. Fus., 27, 751 (1985).


Поступила в редакцию 9 декабря 1987 г.