Краткие сообщения по физике № 6-1987 г.

УДК 533.95

ОБЩАЯ СТРУКТУРА КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ И НЕЛИНЕЙНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ В ТЕОРИИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ ПУЧКОВОЙ ПЛАЗМЫ

М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, Ю.В. Бобылев, В.А. Панин

Исследована нелинейная стабилизация трехволновых параметрических неустойчивостей пучковой плазмы в приближении кубических нелинейностей. Выявлен ряд новых кубических нелинейностей в рассматриваемой пучково-плазменной системе. Получены аналитические решения для взрывного и распадного с повышением частоты процессов.

Нелинейное насыщение параметрических пучково-плазменных неустойчивостей определяется целым рядом сильнонелинейных явлений /1,2/ и исследуется, как правило, численными методами. Однако в случае пучков очень большой плотности стабилизация таких неустойчивостей определяется кубическими нелинейностями, а соответствующие уравнения допускают аналитические решения. При этом имеется несколько причин, определяющих насыщение параметрических пучковых неустойчивостей. Одна из них — учет торможения пучка, которое приводит к нелинейному сдвигу частот /2,3/. Другая причина связана с генерацией высших гармоник плотности электронного пучка, что выражается зависимостью частоты колебаний от амплитуды. Она приводит к дополнительным кубичным нелинейностям, определяющим насыщение неустойчивости. Кроме этого, учет релятивизма в рассматриваемых системах с пучком большой плотности также приводит к дополнительным кубичным нелинейностям и является одним из возможных механизмов нелинейного насыщения.

В настоящей работе учтены первые два из перечисленных выше механизмов нелинейной стабилизации параметрических неустойчивостей, развивающихся в плотных электронных пучках. Для описания динамики трехволновых неустойчивостей использовался метод разложения по траекториям частиц, предложенный в /4/ и позволяющий выявить ряд новых кубических нелинейностей в рассматриваемой пучково-плазменной системе. При этом для взрывного и распадного с повышением частоты трехволновых процессов получаем следующую систему уравнений:

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\epsilon_1}{d\tau} + \frac{i}{8}\left(|\epsilon_1|^2 - |\epsilon_{10}|^2\right)\epsilon_1 = i\nu a\epsilon_2 + i\,\frac{\nu}{4}\,\frac{a-1}{a-4}\,|a|^2 a\epsilon_2 + i\,\frac{\nu^2}{4}\,\frac{1}{a-4}\,|\epsilon_2|^2\,|a|^2\epsilon_1 - \frac{i}{8}\,\nu|a|^2 a\epsilon_2,\\
&\frac{d\epsilon_2}{d\tau} + \frac{i}{8}\,\beta\left(|\epsilon_2|^2 - |\epsilon_{20}|^2\right)\epsilon_2 = \beta\Big(i\nu a^*\epsilon_1 + i\,\frac{\nu}{4}\,\frac{a-1}{a-4}\,|a|^2 a^*\epsilon_1 + i\,\frac{\nu^2}{4}\,\frac{1}{a-4}\,|\epsilon_1|^2\,|a|^2\epsilon_2 - \frac{i}{8}\,\nu|a|^2 a^*\epsilon_1\Big),\\
&\frac{da}{d\tau} = -i\,\frac{3}{4}\,\frac{a-1}{a-4}\,|a|^2 a - i\,\frac{\nu}{8}\,\frac{a+2}{a-4}\,|a|^2\epsilon_1\epsilon_2^* - i\,\frac{\nu}{2}\,\epsilon_1\epsilon_2^* - \frac{\nu}{16}\,\frac{a+2}{a-4}\,a^2\epsilon_1^*\epsilon_2 - i\,\frac{\nu}{8}\,\frac{1}{a-4}\,|\epsilon_1|^2|\epsilon_2|^2 a.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Здесь ϵ_1 и ϵ_2 — обезразмеренные амплитуды сигнальной волны и волны накачки; a — первая гармоника возмущения плотности заряда пучка, обезразмеренная на невозмущенную плотность (уравнения (1) записаны с учетом генерации второй гармоники плотности); $a \neq 4$ — геометрический фактор; τ — безразмерное время; $\nu \ll 1$ — параметр связи волн. Отметим, что в случае, когда волна с амплитудой ϵ_2 является фиксированной, параметр $\nu = \delta\omega/\Omega_b$, где $\delta\omega$ — инкремент развития неустойчивости, а Ω_b — ленгмюровская частота электронов пучка в движущейся с ним системе координат.

После преобразований система уравнений (1) сводится к одному уравнению для величины $x = |a|^2$:

$$
dx/d\tau = \left[x\left(A_1x^5 + A_2x^4 + A_3x^3 + A_4x^2 + A_5x + A_6\right)\right]^{1/2}, \tag{2}
$$

где $A_1 = -\frac{1}{4}\frac{\nu^4}{(a-4)^2}$, $A_2 = \frac{\beta}{16}\frac{\nu^2}{(a-4)^2}[-(a+2)^2 + 2(a+5+2\nu^2(\epsilon_{20}^2 - \beta\epsilon_{10}^2))]$, $A_3 = \nu^2\frac{a+2}{a-4}[\frac{1}{32}\times \frac{a+2}{a-4} - \beta] - \frac{1}{64}\frac{1}{(a-4)^2}[(a+5+2\nu^2(\epsilon_{20}^2 - \beta\epsilon_{10}^2))^2 - 8\beta\nu^2\epsilon_{10}^2\epsilon_{20}^2]$, $A_4 = \nu^2[\frac{1}{2}\frac{a+2}{a-4}(\epsilon_{20}^2 - \beta\epsilon_{10}^2 + \frac{1}{32}\epsilon_{20}^2\epsilon_{10}^2) - 4\beta] - \frac{1}{32}\frac{1}{a-4}\epsilon_{10}^2\epsilon_{20}^2[a+5+2\nu^2(\epsilon_{20}^2 - 2\epsilon_{10}^2)]$, $A_5 = \nu^2[2(\epsilon_{20}^2 - \beta\epsilon_{10}^2) + \frac{1}{4}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2\epsilon_{10}^2] - \frac{1}{64}\frac{1}{(a-4)^2}\epsilon_{10}^2\epsilon_{20}^2$, $A_6 = \nu^2\epsilon_{10}^2\epsilon_{20}^2$.

В пределе $\epsilon_{20} \gg \epsilon_{10}$ уравнение (2) существенно упрощается и имеет вид:

$$\frac{dx}{d\tau} = [x(-\frac{1}{64}(\frac{a+5}{a-4})^2 x^3 + \nu^2(\frac{1}{2}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 - 4\beta)x^2 + 2\nu^2\epsilon_{20}^2 x + \nu^2\epsilon_{10}^2\epsilon_{20}^2)]^{1/2}. \tag{3}$$

Отметим, что структура нелинейного потенциала в (2) и (3) по сравнению с приведенной в /3/ является более сложной.

Решения уравнения (3) определяются корнями полинома, стоящего под радикалом. Опуская стандартную процедуру нахождения решений через эллиптические функции, выпишем окончательный результат:

$$x = \frac{128\nu^2\epsilon_{10}^2(\frac{a-4}{a+5})^2[\frac{1}{8}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 \pm 1 + \sqrt{(\frac{1}{8}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 \pm 1)^2 + \frac{\epsilon_{20}^2}{128\nu^2}(\frac{a+5}{a-4})^2}]\mathrm{sn}^2(y,r)}{\epsilon_{10}^2 + 256\nu^2(\frac{a-4}{a+5})^2[\frac{1}{8}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 \pm 1 + \sqrt{(\frac{1}{8}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 \pm 1)^2 + \frac{\epsilon_{20}^2}{128\nu^2}(\frac{a+5}{a-4})^2}]\mathrm{cn}^2(y,r)},$$

где $y = \frac{\nu}{\sqrt{2}}\epsilon_{20}\tau$; $r = 1 - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{10}^2}{\epsilon_{20}^2}[(\frac{1}{8}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 \pm 1)^2 + \frac{\epsilon_{20}^2}{128\nu^2}(\frac{a+5}{a-4})^2]^{1/2}$.

Для времени насыщения амплитуд волн имеем следующее выражение:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{\nu\epsilon_{20}}\ln[4\frac{\epsilon_{20}}{\epsilon_{10}}((\frac{1}{8}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2 \pm 1)^2 + \frac{\epsilon_{20}^2}{128\nu^2}(\frac{a+5}{a-4})^2)^{-1/4}].$$

В этих формулах верхний знак соответствует взрывному $(\beta = -1)$, а нижний распадному с повышением частоты $(\beta = 1)$ процессам.

При $a = 1$ (одномерные колебания пучка) полученные результаты отличаются от результатов работы /2/. Это свидетельствует о дополнительном механизме стабилизации, возникающем вследствие учета генерации высших гармоник плотности электронного пучка.

В заключение рассмотрим случай адиабатического включения поля. При реализации взрывного процесса, когда $\beta = -1$, $\epsilon_{10} = \epsilon_{20} = 0$, имеем $x = 16\nu^2/[16\nu^4\tau^2 + \frac{1}{16}(\frac{a+5}{a-4})^2]$. В случае распада с повышением частоты, когда $\beta = 1$, $\epsilon_{10} = 0$, $\epsilon_{20} \neq 0$, решение можно записать в виде:

$$x = 8\nu^2\epsilon_{20}^2/[\frac{\nu\epsilon_{20}}{\sqrt{2}}|\frac{a+5}{a-4}|\,\mathrm{ch}(\sqrt{2}\nu\epsilon_{20}\tau) + 2\nu^2(4 - \frac{1}{2}\frac{a+2}{a-4}\epsilon_{20}^2)].$$

Таким образом, предлагаемый метод позволяет аналитически определить в нерелятивистском случае все основные характеристики трехволнового процесса и учесть в теории все без исключения кубичные нелинейности, обусловленные торможением пучка и зависимостью частоты плазменных колебаний от их амплитуды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Литвак А. Г., Петрухина В. И., Трахтенгерц В. Ю. Письма в ЖЭТФ, 18, 190 (1973).
2. Кузелев М. В., Панин В. А. Изв. ВУЗов, Радиофизика, 27, 426 (1984).
3. Вильхельмссон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. М., Энергоиздат, 1981.
4. Кузелев М. В. и др. ЖЭТФ, 91, 1620 (1986).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 20 февраля 1987 г.