

СТРУЙНЫЙ СПЕКТР ИОННО-ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ (ИЗТ) И НАГРЕВ ИОНОВ

В.П. Силин, С.А. Урюпин

Показано, что анизотропный нагрев ионов приводит к запрету квазистационарного струйного спектра ИЗТ.

В неизотермической плазме с температурой ионов T_i , много меньшей ZT_e , где Z — кратность ионизации, а T_e — температура электронов, возможна ситуация, когда можно пренебречь влиянием квазилинейных эффектов на скорость и дрейфа электронов несмотря на то, что порог возбуждения ИЗТ превзойден. Это, например, реализуется, когда скорость дрейфа ортогональна магнитному полю, а соответствующая электронная ларморовская частота значительно превышает эффективную частоту столкновений электронов /1-3/. В таких условиях квазистационарный уровень ИЗТ устанавливается благодаря индуцированному рассеянию ионно-звуковых волн на ионах /4,5/. При этом в области длинных волн $kr_{De} \ll 1$ (r_{De} — дебаевский радиус электронов) распределение числа ионно-звуковых волн $N(k)$ убывает с увеличением волнового числа по закону $\sim k^{-4}$ /4,5/, а зависимость $N(k)$ от угла θ между волновым вектором k и направлением дрейфа электронов u носит струйный характер $\propto \delta(\theta - \theta_0)$, где $\theta_0 \approx 32^\circ /6/$. Такой спектр устанавливается за время порядка обратного декремента затухания ионно-звуковых волн. В то же время из-за высокого уровня ИЗТ происходит сравнительно медленный нагрев ионов. В плазме с редкими столкновениями из-за анизотропии спектра ИЗТ нагрев ионов происходит анизотропно /7/. Ниже показано, что с ростом анизотропии ионной температуры, когда поперечная температура T_\perp оказывается больше ионной температуры вдоль направления дрейфа электронов T_\parallel , возникает запрет на существование квазистационарного струйного спектра ИЗТ.

В основу рассмотрения положим кинетическое уравнение

$$\partial N(k)/\partial t = 2\Gamma(k)N(k), \quad (1)$$

в котором инкремент $\Gamma(k)$ равен сумме инкремента черенковского взаимодействия электронов с волнами

$$\gamma_e(k) = \gamma_s(px - 1), \quad x = \cos \theta, \quad (2)$$

и нелинейного декремента $\gamma_{NL}(k)$, описывающего индуцированное рассеяние звука на ионах:

$$\gamma_{NL}(k) = \frac{\pi \kappa_b k^2}{n_i m_i^2 v_s^2} \frac{\partial}{\partial k} k^2 \int \frac{dk'}{(2\pi)^3} N(k') \delta(k - k') (\vec{k} \vec{k}')^2 \left\{ T_\parallel (n\vec{\rho})^2 + T_\perp [n\vec{\rho}]^2 \right\}. \quad (3)$$

Здесь $p = u/v_s$; $\gamma_s = \sqrt{\pi/8} U \kappa_b v_s \omega_{Li} / \omega_{Le}$; $v_s = \omega_{Li} r_{De}$; коэффициент U учитывает отличие распределения электронов от максвелловского /7/; $\omega_{Li}(e)$, $n_i(e)$, $m_i(e)$ — ленгмюровская частота, плотность, масса ионов (электронов); κ_b — постоянная Больцмана; $\vec{k} = k/k$, $\vec{k}' = k'/k'$, $\vec{k}'' = (k - k')|k - k'|^{-1}$; $n\vec{\rho} = [k'' / [k \vec{k}']]$. Изменение со временем температур T_\parallel и T_\perp определяется уравнениями /7/:

$$\frac{d}{dt} T_\parallel(\perp) = \int \frac{dk dk'}{(2\pi)^5} \frac{N(k)N(k')}{m_i^2 n_i^2 v_s} \delta(k - k') k^4 (\vec{k} \vec{k}')^2 G_\parallel(\perp) (T_\parallel (n\vec{\rho})^2 + T_\perp [n\vec{\rho}]^2), \quad (4)$$

где $G_\parallel = (n\vec{k}'')^2$, $2G_\perp = [n\vec{k}'']^2$.

Рассмотрим решения уравнений (1) – (4), отвечающие установившемуся квазистационарному спектру ИЗТ $\partial N(k)/\partial t = 0$. Для их существования необходимо, чтобы

$$\Gamma(k, x) = 0. \quad (5)$$

С учетом зависимостей (2), (3) уравнение (5) допускает разделение переменных: $N(k, x) = N(k)\Phi(x)$. При этом для функции $N(k)$ возникает дифференциальное уравнение первого порядка, а уравнение (5) сводится к требованию обращения в нуль полинома от x . Равенство нулю полинома возможно лишь в конечном числе точек. Пусть x_0 – значение x , при котором $\Gamma(k, x_0) = 0$. Тогда, разлагая в уравнении (1) $\Gamma(k, x)$ вблизи $x = x_0$, имеем:

$$\partial N(k, x)/\partial t = 2(x - x_0)N(k, x) [\partial \Gamma(k, x_0)/\partial x_0 + \frac{1}{2}(x - x_0) \partial^2 \Gamma(k, x_0)/\partial x_0^2]. \quad (6)$$

Если в (6) $\partial \Gamma(k, x_0)/\partial x_0 > 0$, то для $x > x_0$ (либо для $x < x_0$, при $\partial \Gamma(k, x_0)/\partial x_0 < 0$) функция $N(k, x)$ со временем будет возрастать. Поэтому для существования квазистационарного спектра ИЗТ необходимо принять

$$(\partial/\partial x_0) \Gamma(k, x_0) = 0. \quad (7)$$

Из уравнения (6) и требования невозбуждения колебаний с $x \neq x_0$ возникает также ограничение на знак второй производной $\Gamma(k, x)$ в точке $x = x_0$:

$$\partial^2 \Gamma(k, x_0)/\partial x_0^2 < 0. \quad (8)$$

Соотношения (5), (7), (8) получены ранее в /6/ из анализа стационарного уравнения для волн, учитывающего тепловые флуктуации.

Принимая во внимание (2), (3), из уравнения (5) находим в соответствии с /6/:

$$N(k, x) = \frac{4\pi n_i m_i v_s^2}{k^5 v_{Ti}^2} \gamma_s \ln \frac{1}{kr_{De}} \frac{px_0 - 1}{Q(x_0, x_0)} \delta(x - x_0), \quad (9)$$

где $v_{Ti}^2 = \kappa_b T_i/m_i$; T_i – температура ионов в начальный момент времени, когда распределение ионов считается максвелловским, а ядро нелинейного взаимодействия $Q(x, y)$ имеет вид:

$$Q(x, y) = \frac{T_{\perp}}{T_i} [x^2 y^2 + \frac{1}{2}(1-x^2)(1-y^2) - x^4 y^4 - \frac{3}{8}(1-x^2)^2(1-y^2)^2 - 3x^2 y^2(1-x^2)(1-y^2)] + \frac{(T_{\parallel} - T_{\perp})}{2T_i} (x+y)^2 [x^2 y^2 + \frac{1}{2}(1-x^2)(1-y^2) - x^3 y^3 - \frac{3}{2}xy(1-x^2)(1-y^2)]. \quad (10)$$

Из условия (7) с учетом (9), (10) имеем уравнение для определения x_0 :

$$(px_0 - 1) [T_{\parallel} q_3(x_0) + T_{\perp} q_4(x_0)] = T_{\parallel} q_1(x_0) + T_{\perp} q_2(x_0), \quad (11)$$

где $q_1(x) = 8x^2(1-5x^2+9x^4-5x^6)$, $q_2(x) = 1-4x^2+10x^4-12x^6+5x^8$, $q_3(x) = 8x^4(-5+18x^2-15x^4)$, $q_4(x) = -1+10x^4-24x^6+15x^8$.

Подставляя распределение (9) в (4), имеем: $T_{\parallel} = T_i \equiv T_i(t=0)$, а поперечная температура T_{\perp} подчиняется уравнению:

$$\frac{d}{dt} \frac{T_{\perp}}{T_i} = \frac{1}{\tau} (px_0 - 1)^2 [q_1(x_0) + q_2(x_0) T_{\perp}/T_i]^{-1}, \quad (12)$$

где $\tau = \omega_{Le}^2 v_{Ti}^4 / 2U^2 \omega_{Li}^3 v_s^4$.

Обсудим следствия уравнений (11), (12). На рис. 1 приведена полученная численно зависимость x_0 от надпороговости p для нескольких значений параметра $\lambda = T_{\perp}/T_{\parallel}$, характеризующего относительное увеличение поперечной температуры ионов. Кривая, отвечающая $\lambda = 1$, получена ранее в /6/. Из рис. 1 видно, что с увеличением λ уравнение (11) может иметь решения только при больших надпороговостях. Если считать величину p заданной, то по мере увеличения T_{\perp} корни уравнения (11) сближаются, стремясь к значению $x \approx 0,79$, а затем исчезают. Непосредственной проверкой можно убедиться, что для всех возможных x_0 , p и λ условие (8) выполнено.

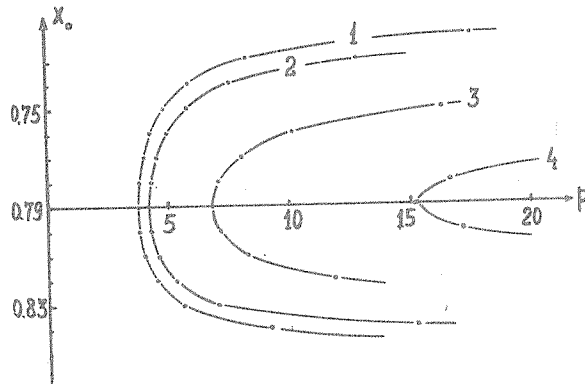


Рис. 1. Зависимость x_0 от p для значений $\lambda = T_{\perp}/T_{\parallel} = 1,0$ (1); 1,11 (2); 1,43 (3); 1,67 (4).

Обратимся к уравнению (12). Пусть p фиксировано, а T_{\perp} возрастает. При этом корни уравнения (11) начинают сближаться, изменяясь в сравнительно узком интервале от $x \approx 0,72$ до $x \approx 0,85$ (рис. 1). При изменении x_0 в таком интервале и при изменении λ в интервале от 1 до 2 правая часть уравнения (12) приблизительно (с точностью $\sim 20\%$) сохраняет значение, отвечающее исходным p и x_0 . Таким образом, поперечная температура T_{\perp} возрастает (не более, чем в два раза) с приближенно постоянной производной по времени до значения, при котором исчезают действительные корни уравнения (11). Согласно (12), характерное время исчезновения корней уравнения (11) не превосходит значения $t_i \sim (\omega_{Le}^2 v_{Ti}^4 / \omega_{Li}^3 v_s^4 U^2) [q_1(x_0) + q_2(x_0)] / (px_0 - 1)^2$. Поскольку нагрев ионов обсуждался на основе квазистационарного спектра ИЗТ, который устанавливается за время $t_s \sim \omega_{Le} / U \omega_{Li}^2 (px_0 - 1)$, то проведенное рассмотрение правильно при условии, что $\omega_{Le} / \omega_{Li} \gg U v_s^4 (px_0 - 1) / v_{Ti}^4 [q_1(x_0) + q_2(x_0)]$, когда $t_i > t_s$. На временах больших t_i (если $t_i > t_s$) нельзя удовлетворить условию (7), даже если оно выполнялось в начальный момент времени.

Выше не учитывалось линейное черенковское взаимодействие звука с резонансными ионами, имеющими скорости $u \gg u_s$, число которых при сравнительно небольшой неизотермичности может быть не малым. Казалось бы, их также следует включить в рассмотрение. В действительности такой необходимости нет, поскольку в случае спектра (9) время квазилинейной релаксации резонансных ионов в ZT_e/T_i раз короче времени установления ИЗТ и на временах больших $t_s T_i / ZT_e$, вследствие выполаживания ионной функции распределения, черенковское взаимодействие звука с быстрыми ионами сильно подавлено.

ЛИТЕРАТУРА

1. Daughney C.C., Holmes L.S., Paul J.W.M. Phys. Rev. Lett., 25, 497 (1970).
2. Biskamp D., Chodura R. Phys. Fluids, 16, 893 (1973).
3. Biskamp D. Nuclear Fusion, 13, 719 (1973).
4. Кадомцев Б.Б., Петвиашвили В.И. ЖЭТФ, 43, 2234 (1962).
5. Петвиашвили В.И. ДАН СССР, 153, 1295 (1963).
6. Быченков В.Ю., Силин В.П. ДАН СССР, 260, 1090 (1981).
7. Быченков В.Ю., Силин В.П., Урюпин С.А. Препринт ФИАН № 265, М., 1986.

Поступила в редакцию 24 февраля 1987 г.