Краткие сообщения по физике № 6-1987 г.

УДК 539.17.01

О РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕЗОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА.

Г.М. Ваградов, В.Е. Пафомов

Рассматривается модель ядра с феноменологическим лагранжианом, включающим скалярное и векторное мезонные поля. Показано, что в этой модели классическое приближение не является устойчивым из-за перестройки вакуума и существенного вклада квантовых поправок.

В последние годы в ядерных задачах используется модель Валечки /1/ со скалярным и векторным мезонными полями. В классическом приближении по этим полям и с учетом релятивистских эффектов при соответствующем выборе свободных параметров удается объяснить насыщение ядерных сил и другие общие характеристики ядра. Однако вопрос о применимости этого приближения требует особого рассмотрения.

Следуя работе /1/, будем исходить из лагранжиана

$$L = \bar{\psi}\,(i\gamma\partial - m)\psi + \frac{1}{2}\,((\partial\varphi)^2 - m_s^2\varphi^2) - g_s\varphi\rho_s + L_\omega, \quad \rho_s = \bar{\psi}\,\psi,$$

$$L_\omega = -F^2/4 + m_\omega^2\omega^2/2 - g_\omega j\omega, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu, \quad j^\mu = \bar{\psi}\,\gamma^\mu\psi, \tag{1}$$

где φ и ω — скалярное и изоскалярно-векторное поля. Поскольку четвертая компонента ω-поля не является независимой динамической переменной, исключая ее с помощью уравнений движения $(\partial^2 + m_\omega^2)\omega_\mu = j_\mu$, $\partial^\mu\omega_\mu = 0$, получим: $\omega_0 = (g_\omega j_0 + \nabla \mathbb{P})/m_\omega^2$, $(\mathbb{P} = \partial L/\partial\vec{\omega}\,)$. В результате гамильтониан (1) запишется в виде /2/:

$$H = H_0 + H', \quad H_0 = \int d^3x[\bar{\psi}\,(\vec{\gamma}p + m)\,\psi + \frac{1}{2}\,(\dot{\varphi}^2 + (\nabla\varphi)^2 + m_s^2\varphi^2 + (\nabla \mathbb{P})^2/m_\omega^2 + \mathbb{P}^2 + m_\omega^2\vec{\omega}^2)],$$

$$H' = \int d^3x\,(g_s\varphi\rho_s + g_\omega j_0\nabla \mathbb{P}/m_\omega^2 - g_\omega\vec{\omega}\vec{j} + g_\omega^2 j_0^2/2m_\omega^2). \tag{2}$$

Квантование полей φ и $\vec{\omega}$ проводится обычным образом. Сделаем замену, эквивалентную переходу к нормальным прозведениям $\bar{\psi}$ и ψ: $\rho_s \to \rho_s - \langle 0|\rho_s|0\rangle$; $j_0 \to j_0 - \langle 0|j_0|0\rangle$. Выделим среднее скалярное поле: $\varphi = \Phi + \varphi_q$, $\Phi = \langle\,|\varphi|\rangle$, $\langle\,|\varphi_q|\rangle = 0$, где $|\rangle$ — вектор основного состояния системы из A барионов: $(H - E_{vac})|\rangle = E_0|\rangle$; $E_{vac} = \langle 0|H|0\rangle$. Будем полагать, что имеется некоторая процедура устранения расходимостей в определении физических величин*. Представим энергию в виде суммы классической E_c и квантовой E_q частей:

$$E_c = \int d^3x[\langle\,|\bar{\psi}\,(\vec{\gamma}p + \mu)\psi\,|\rangle - \langle 0|\bar{\psi}\,(\vec{\gamma}p + \mu)\psi|0\rangle + m_s^2\Phi^2/2 + g_\omega^2\rho^2/2m_\omega^2], \quad \mu = m + g_s\Phi. \tag{3}$$

---

* Мы не включили в L самодействие φ-поля, важное для перенормировок, но несущественное для нашего рассмотрения.

Величина E_q не зависит явно от Φ и плотности $\rho = \langle |j_0| \rangle$. Из уравнения движения для φ-поля $(\partial^2 + m_s^2)\varphi = -g_s\rho_s$ следует, что $\Phi < 0$ и $\mu < m$. Поскольку (3) содержит отталкивание $\sim \rho^2$, то в некотором интервале значений параметров $g = g_s m/m_s$ и $g_1 = g_\omega m/m_\omega$ будет выполняться неравенство $E_c < Am$ (условие связанности).

Рассмотрим бесконечную ядерную материю с равным числом протонов и нейтронов. Выразим $\overline{\psi}$ и ψ через волновые функции свободных квазичастиц массы μ и операторы их рождения $(a^+_{k\sigma}, \beta^+_{k\sigma})$ и уничтожения $(a_{k\sigma}, \beta_{k\sigma})$; следует принять $a_{k\sigma}|0\rangle \neq 0$ и $\beta_{k\sigma}|0\rangle \neq 0$ или $\nu_{vac}(k) = \mu \langle 0|a^+_{k\sigma}a_{k\sigma}|0\rangle/\xi_k \neq 0$, $\widetilde{\nu}_{vac}(k) = \mu\langle 0|\beta^+_{k\sigma}\beta_{k\sigma}|0\rangle/\xi_k \neq 0$ $(\xi_k = \sqrt{\mu^2 + k^2})$. Учитывая это и переходя к безразмерным величинам, можно записать

$$E_c/\Omega m^4 \to E_c = \int_\sigma dk\xi_k(\nu(k) + \widetilde{\nu}(k) - \nu_{vac}(k) - \widetilde{\nu}_{vac}(k)) + a^2/2g^2 + g_1^2\rho^2/2, \tag{4}$$

где Ω – нормировочный объем; $a = g_s\Phi/m$; $\mu = 1 + a$; $\int_\sigma dk = \sum_{s,\tau} \int d^3k/(2\pi)^3$ (суммирование по спинам и изоспинам); $\nu(k) = \mu\langle |a^+_{k\sigma}a_{k\sigma}|\rangle/\xi_k$, $\widetilde{\nu}(k) = \mu\langle|\beta^+_{k\sigma}\beta_{k\sigma}|\rangle/\xi_k$. Из определения вакуума и равенства (нормировочный объем будем считать единичным)

$$\int d^3x d^3x' \langle 0|\overline{\psi}(x')(\gamma p_x + \mu)\psi(x)|0\rangle e^{ik(x-x')} = \xi_k(\nu_{vac}(k) + \widetilde{\nu}_{vac}(k) - 1) = -\epsilon_k - a/\epsilon_k \quad (\epsilon_k = \sqrt{1+k^2})$$

получим соотношение для вакуумного распределения квазичастиц

$$\nu_{vac}(k) = \widetilde{\nu}_{vac}(k) = (1 - \epsilon_k/\xi_k - a/\epsilon_k\xi_k)/2. \tag{5}$$

Заметим, что $\int_\sigma dk\nu_{vac}$ расходится линейно, а ν_{vac} обращается в нуль только при $a = 0$.

Предположим, что квантовые поправки малы $(E_q \cong 0)$, и введем "классический" гамильтониан

$$H_c = \int d^3x[\overline{\psi}(\vec{\gamma}\vec{p} + \mu + g_1^2\gamma^0\rho)\psi - \langle 0,c|\overline{\psi}(\vec{\gamma}\vec{p} + \mu + g_1^2\gamma^0\rho)\psi|0,c\rangle + a^2/2g^2 - g_1^2\rho^2/2]. \tag{6}$$

Вакуумное состояние $|0,c\rangle$ содержит невзаимодействующие квазичастицы с распределениями (5), т.е. $\nu_{vac} = \mu\langle 0,c|a^+_{k\sigma}a_{k\sigma}|0,c\rangle/\xi_k$; $\langle 0,c|a_{k\sigma}\beta_{k\sigma}|0,c\rangle = 0$. Пусть энергии (4) соответствует собственное состояние $H_c|c\rangle = E_c|c\rangle$. Учитывая заполнение вакуумных уровней (5), состоянию с минимальной энергией будут отвечать распределения квазичастиц $\nu(k) = \theta(k_F - k) + \theta(k - k_F)\nu_{vac}(k)$, $\widetilde{\nu}(k) = \nu_{vac}(k)$. Тогда энергия E_c и граничный импульс k_F определяются соотношениями

$$E_c = \int_\sigma dk\xi_k n(k) + a^2/2g^2 + g_1^2\rho^2/2; \quad \rho = 2p_F^3/3\pi^2 = \int_\sigma dk\, n(k); \quad n(k) = \theta(k_F - k)(1 - \nu_{vac}(k)). \tag{7}$$

Условие минимума E_c по a дает

$$\partial E_c/\partial a = \langle c|\partial H_c/\partial a|c\rangle = \int_\sigma dk\, n(k)\mu/\xi_k + a/g^2 = 0. \tag{8}$$

Совместное решение уравнений (7) и (8) полностью определяет E_c как функцию от ρ, g и g_1. Вычисления энергии связи $\epsilon = (E_c/\rho - 1)/m$ в зависимости от плотности ρ показывают, что в широком интервале значений g и g_1 имеется минимум в области отрицательных ϵ (эффект насыщения ядерных сил). Поэтому можно подобрать g и g_1 так, чтобы в минимуме ϵ и p_F совпадали с их феноменологическими значениями $\epsilon \cong -16$ МэВ, $p_F \cong 260$ МэВ (рис. 1). Поскольку последние соответствуют $a \cong -0{,}4$, релятивизация движения нуклонов играет важную роль.

Аналогичные результаты были получены в /1/, но в пренебрежении вакуумными эффектами; этому соответствует замена в (7), (8) $k_F = p_F$, $n(k) = \theta(p_F - k)$. Но такая замена означает переопределение вакуума $(\nu_{vac} = 0)$ и неконтролируемое изменение отсчета энергии. Принципиальный вопрос классического приближения в данной модели заключается в том, что определяемая уравнениями (7), (8) энергия E_c

минимальна только в отсутствие вакуумных переходов. Действительно, так как $\beta_{k\sigma}|c\rangle \neq 0$, возбуждениям, например, типа $a_{k\sigma}\beta_{k'\sigma'}|0\rangle$ отвечает энергия, лежащая ниже E_c. Следовательно, включение любого слабого взаимодействия между квазичастицами приведет к существенной перестройке системы. Такую нестабильность могут компенсировать только квантовые поправки.

Рассмотрим контактное взаимодействие в гамильтониане (2) $H'_\delta = (g_1^2/2)\int d^3x\, j_0(x)$. Представим H'_δ в виде, соответствующем парному δ-образному потенциалу

$$H'_\delta = (g_1^2/2)\int d^3x\, \psi^+_\alpha(x)\psi^+_\beta(x)\,\psi_\beta(x)\,\psi_\alpha(x)\,,$$

где по спинорным индексам α и β проводится суммирование. (Мы отбросили бесконечный положительный член, пропорциональный числу частиц и отвечающий собственно-энергетической части свободных нуклонов.) Вклад в энергию E_0 от контактного взаимодействия можно представить следующим образом:

$$\Delta E_\delta = \langle\, |H'_\delta|\,\rangle = (g_1^2/2)\sum_n \int d^3x\, \Psi^+_{n,\alpha\beta}(x,x)\,\Psi_{n,\alpha\beta}(x,x)\,,$$

$$\Psi_n(1,2) = \langle n\,|\,T(\psi(1)\,\psi(2))\,|\,\rangle \qquad (1 \equiv (x_{10}, x_1, \alpha_1)), \tag{9}$$

где $|n\rangle$ — собственное состояние системы из $A-2$ барионов. Функция Ψ_n определяется из уравнения для двухчастичного пропагатора в среде с эффективным взаимодействием V:

$$G(1,..,4) = G_0(1,..,4) + (i/2)\int d1'..d4' G_0(1,2,1',2')V(1',..,4')G(3',4',3,4)\,,$$

$$G_0 = G(1,3)\,G(2,4) - G(1,4)\,G(2,3)\,, \quad G(1,..,4) = \langle\, |T(\psi(1)\,\psi(2)\,\psi^+(3)\,\psi^+(4))\,|\,\rangle,$$

$$G(1,2) = -\,i\,\langle\, |T(\psi(1)\,\psi^+(2))|\,\rangle \qquad (\int d1 \equiv \sum_\alpha \int d^4x)\,. \tag{10}$$

Выделим из V контактный потенциал

$$V = V_\delta + V', \quad V_\delta(1,..,4) = g_1^2\delta^4(x_1 - x_2)(\delta(1,3)\,\delta(2,4) - \delta(1,4)\,\delta(2,3)) \quad (\delta(1,2) \equiv \delta_{\alpha_1\alpha_2}\delta^4(x_1 - x_2))$$

и представим (10) в виде системы уравнений

$$G_\delta(1,..,4) = G_0(1,..,4) + ig_1^2\int d1'd2' G(1,1')G(2,2')\delta^4(x'_1 - x'_2)G_\delta(1',2',3,4)\,,$$

$$G(1,..,4) = G_\delta(1,..,4) + (i/2)\int d1'..d4' G_\delta(1,2,1',2')V'(1',..,4')G(3',4',3,4)\,. \tag{11}$$

Решение первого уравнения, как и в задаче рассеяния на δ-образном потенциале /3/, сводится к условию *:

$$G_\delta(1,..,4)_{x_1=x_2} = G_\delta(1,..,4)_{x_3=x_4} = 0 \quad \text{и} \quad G_\delta(1,..,4) = G_0(1,..,4) \quad \text{при} \quad x_1 \neq x_2,\; x_3 \neq x_4\,.$$

Но тогда из второго уравнения (11) следует, что и полный пропагатор обращается в нуль при $x_1 = x_2$ и $x_3 = x_4$. Воспользовавшись этим обстоятельством и равенством

$$G(1,..,4)_{x_1=x_2;\; x_3=x_4;\; x_{10}<x_{30}} = \sum_n \Psi^+_{n,\alpha_4,\alpha_3}(x_3,x_3)\Psi_{n,\alpha_1,\alpha_2}(x_1,x_1) = 0,$$

сразу замечаем, что энергия (9) обращается в нуль. Таким образом, точное решение задачи с контактным взаимодействием не приводит к сдвигу энергии независимо от характера остальных NN-сил.

---

* Этот результат не относится к случаю, когда δ-образный потенциал получается предельным переходом от конечного потенциала.

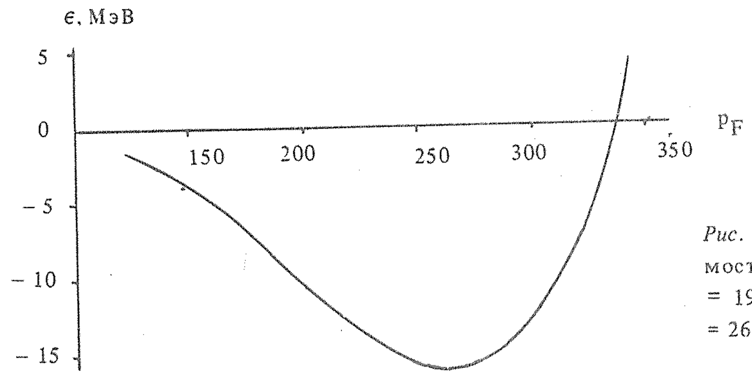

Рис. 1. Энергия связи $\epsilon = (E_c/\rho - 1)/m$ в зависимости от $p_F = (3\pi^2\rho/2)^{1/3}$ при $g^2 = 285$ и $g_1^2 = 190{,}4$. В минимуме $\epsilon = -16$ МэВ при $p_F = 260$ МэВ.

Приведенный результат означает: учет квантовых поправок делает классическое приближение в данной модели еще более неудовлетворительным, чем это отмечалось выше. Исчезновение отталкивания, обусловленное контактным взаимодействием, ставит под сомнение присутствие скалярного поля, которое, скорее всего, приведет к коллапсу системы. С другой стороны, можно отказаться от лагранжиана (1) и считать, что любой феноменологический гамильтониан из общих соображений должен включать эффективные взаимодействия вида $\bar{\psi} a \psi$ и $\psi^+ V_0 \psi$. Разница с моделью (1) состоит в том, что средние потенциалы a и V_0 возникают из диаграмм, отличных от классической, а поэтому зависят от энергии k_0 и обращаются в нуль при больших $|k_0|$. К этому случаю неприменимы наши выводы о неустойчивости системы, а кроме того, маловероятны и большие значения $|a|$, приводящие в релятивизму.

ЛИТЕРАТУРА

1. Walecka I. D. Ann. Phys., 83, 491 (1974).
2. Lee T. D. Particle Physics and Introduction to Field Theory. Harwood Academic Publishers, New-York, 1981.
3. Бабиков В. В. Метод фазовых функций в квантовой механике. М., Наука, 1976 г.

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию 3 марта 1987 г.