

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО РЭП В РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЕ

А.Е. Наурызбаев

На основе простой численной модели рассмотрено распространение в недиссипативной среде квазистационарного, нейтрализованного по заряду релятивистского электронного пучка (РЭП). Полученные результаты сопоставлены с решением уравнения огибающей и результатами других авторов.

Одним из методов исследования динамики РЭП в среде является уравнение огибающей /1/, полученное в предположении об автомодельном изменении профиля плотности тока пучка. Однако это уравнение применимо только для случаев малого отклонения параметров РЭП от равновесного значения. Поэтому для изучения динамики РЭП в недиссипативной среде стали использоваться численные методы /2–5/. В /2/ методом частиц исследовалось распространение РЭП в плотном газе с учетом многократного рассеяния релятивистских электронов в среде, в /3/ использован метод моментных уравнений, в /4,5/ методом "трубок тока" для различных распределений плотности тока рассмотрена эволюция РЭП в собственном самосогласованном магнитном поле, показано влияние фазового перемешивания и температуры на бесстолкновительную релаксацию РЭП к равновесному состоянию.

В настоящей работе методом частиц моделируется распространение вдоль оси z (в цилиндрической системе координат) параксиального, нейтрализованного по заряду, квазистационарного РЭП в разреженной плазме. При этом пренебрегается рассеянием электронов и диссипацией энергии РЭП. Внешние поля и токовая компенсация отсутствуют.

Уравнения движения для частицы с номером i можно записать в виде

$$\frac{dr_i}{dt} = V_{ri}, \quad \frac{dV_{ri}}{dt} = -\frac{e\beta B(r_i)}{\gamma_i m} + \frac{1}{r_i^3} \left(\frac{M_i}{\gamma_i m} \right)^2, \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$ – номер частицы; $B(r) = 2I_b(r)/rc$ – собственное самосогласованное азимутальное магнитное поле пучка; $I_b(r)$ – ток пучка, заключенный в трубке с радиусом r ; c – скорость света; m – масса покоя; e – заряд электрона; $M = \gamma m r V_\varphi$ – азимутальный момент, являющийся интегралом движения в отсутствие рассеяния; $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор; $\beta = V/c$ – безразмерная скорость;

$V = (V_r^2 + V_\varphi^2 + V_z^2)^{1/2}$ – полная скорость частицы; V_r, V_φ, V_z – компоненты полной скорости (в данном случае $|V_r|, |V_\varphi| \ll V_z, V \approx V_z = \text{const}$).

Пучок моделировался набором частиц с заданными при $z = 0$ начальным беннетовским распределением плотности тока

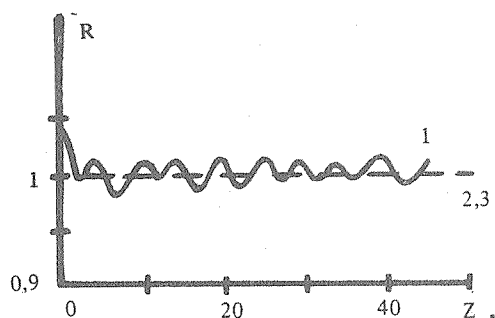
$$J_B(r) = I_b/\pi a^2 (1 + r^2/a^2)^2, \quad (2)$$

(a – равновесный радиус) и заданным распределением по поперечным скоростям. В качестве характеристики линейного поперечного размера РЭП брался радиус, ограничивающий 50% тока пучка (для беннетовского профиля плотности тока радиус по половине полного тока совпадает с равновесным радиусом). В плоскости $z = 0$ значение радиуса пучка $R(z = 0) = 1$. Каждая частица переносит равную долю тока I_b/N . В силу квазистационарности уравнения движения решались с постоянным шагом Δz . Поле B рассчитывалось на равномерной сетке с шагом h в расчетной области $0 \leq r \leq R_0$, для вычисления поля между узлами

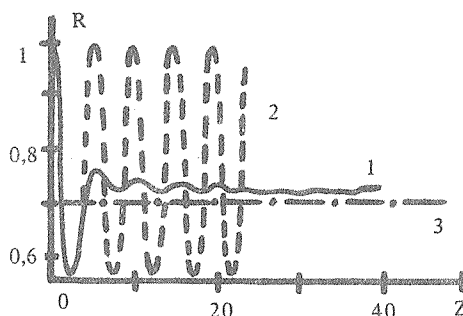
применялась линейная интерполяция. При $r > R_0$ использовалась аппроксимация $B(r) = B(R_0)R_0/r$. При расчете короткодействующих сил применялся метод сглаживания, предполагающий, что частица имеет форму кольца $r_i - h/2 \leq r \leq r_i + h/2$ с прямоугольным профилем плотности тока.

Беннетовский пучок (пучок с беннетовскими радиусом, температурой и распределением плотности тока) с точностью до статистических флуктуаций сохраняет свои радиус, температуру и распределение плотности тока, т.е. такой пучок действительно является равновесным. Это подтверждается численным расчетом, в котором наблюдаются малые колебания радиуса около равновесного значения (рис. 1а). Решение уравнения огибающей в точности совпадает со значением равновесного радиуса.

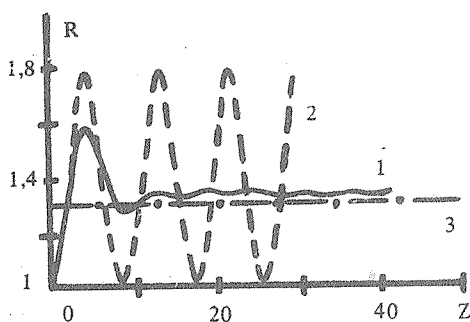
Эволюция "холодного" пучка (с поперечной температурой меньшей равновесной $T_{\perp}/T_0 = 0,5$) сопровождалась его быстрым нагревом до равновесной температуры и уменьшением его радиуса в соответствии с законом сохранения азимутального момента (рис. 1б). В дальнейшем происходили малые колебания радиуса и температуры около равновесных значений. В районе первого фокуса происходит отрыв радиальной температуры от азимутальной и такое двухтемпературное распределение сохраняется до конца расчетов. Подобное явление для "холодного" РЭП наблюдалось в /5/. На рис. 1б видно совпадение полученных результатов с решением уравнения огибающей на начальном этапе вплоть до первого фокуса. Однако в дальнейшем колебания затухают вследствие фазового перемешивания траекторий частиц, как это и получается в результате численного моделирования, в то время как уравнение огибающей дает незатухающие колебания. Профиль плотности тока в этом и во всех других рассмотренных случаях оставался неизменным.



а



б



в

Рис. 1. Изменение радиуса пучка с длиной: а – беннетовский пучок ($T_{\perp} = T_0$); б – "холодный" пучок ($T_{\perp}/T_0 = 0,5$); в – "горячий" пучок ($T_{\perp}/T_0 = 1,7$); 1 – численный расчет, 2 – решение уравнения огибающей, 3 – равновесное теоретическое значение.

Эволюция "горячего" пучка ($T_{\perp}/T_0 = 1,7$) сопровождалась его охлаждением с соответствующим увеличением его радиуса, в дальнейшем – малыми колебаниями радиуса и температуры около равновесных значений (рис. 1в). Отрыв радиальной температуры от азимутальной происходил сразу за плоскостью $z = 0$, и такое распределение сохранялось до конца расчетов. На рис. 1в видно, что после одного неполного большого колебания радиус пучка выходит на теоретическое равновесное значение, совершая около него малые осцилляции. Но, в отличие от предыдущего случая, рассогласование результата моделирования и решения

уравнения огибающей наступает раньше, до первого фокуса, поэтому глубина и острота первого фокуса также различаются. В дальнейшем уравнение огибающей дает незатухающие колебания радиуса.

"Теплый" пучок с начальным двухтемпературным распределением ($T_{\perp}/T_{\parallel} = 1,19$, $T_r/T_{\phi} = 4,17$) на начальном этапе, несмотря на общее охлаждение слегка, "поджался" в соответствии с ростом азимутальной температуры, которая затем начала уменьшаться, что сопровождалось увеличением радиуса пучка. В дальнейшем пучок переходит в квазиравновесное состояние, а его радиус и температура совершают малые колебания около равновесных значений. Радиус пучка выходит на теоретически предсказанное значение. Начальное двухтемпературное распределение сохранялось до конца расчетов.

Таким образом, на основе простой численной модели рассмотрена эволюция РЭП в разреженной плазме. Полученные результаты согласуются с результатами других авторов [3-5]. Выявлена область применимости уравнения огибающей и показано, что начальное двухтемпературное распределение не влияет на релаксацию РЭП в равновесное состояние.

Автор благодарен Г.А. Сорокину за постановку задачи, помощь в проведении расчетов и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee E. P., Cooper R. K. Part. Accel., 7, 83 (1976).
2. Норман Г. Э. и др. В кн. "Синтез соединений в плазме, содержащей углеводороды". М., ИНХС АН СССР, 1985, с. 33.
3. Арсеньев Д. А. и др. В кн. "Коллективные методы ускорения и пучково-плазменные взаимодействия". М., ИАН СССР, 1982, с. 131.
4. Грудницкий В. Г., Подобрывев В. Н., Рыгалин В. Н. Там же, с. 141.
5. Власов М. А., Никонов С. В. РЭ, 30, 2212 (1985).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 4 марта 1987 г.