Краткие сообщения по физике № 8-1987 г.

УДК 503.145

ТОЧНЫЙ ПРЕДЕЛ НЕПЕРТУРБАТИВНОЙ ТРЕХГЛЮОННОЙ ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ В $КХД_3$

О.К. Калашников, Е. Касадо*

Найден точный предел непертурбативной трехглюонной вершинной функции для $КХД_3$ в аксиальной калибровке, когда все импульсы коллинеарны калибровочному вектору. Полученное выражение проверено непосредственным вычислением однопетлевых диаграмм.

Трехглюонная вершинная функция Γ_3 играет существенную роль в непертурбативных вычислениях инфракрасных свойств квантовой хромодинамики /1/, а также определяет ряд других ее важных особенностей. В последнее время изучению Γ_3 уделяется большое внимание, но так как точное замкнутое уравнение для нее отсутствует, все непертурбативные аппроксимации Γ_3 /2,3/ создаются эвристически и пока не являются вполне надежными. Вне теории возмущений Γ_3 восстанавливается с помощью ряда точных алгебраических соотношений и тождеств Славнова – Тейлора, обычно взятых в аксиальной калибровке, где они наиболее просты. Найденные выражения для Γ_3 проверяются либо сравнением с результатами других расчетов, либо непосредственным вычислением однопетлевых диаграмм /4/.

$КХД_3$ определяется как трехмерная эвклидовая теория поля с размерной константой связи $\tilde{g}^2 = g^2 T$, где g^2 – безразмерная константа $КХД_4$, T – температура. Эта теория является высокотемпературным пределом реальной $КХД_4$ в "пространственноподобной" аксиальной калибровке, но в силу ряда причин /1,5/ также должна качественно правильно передавать ее инфракрасное поведение. В то же время $КХД_3$ является более простой (так называемой "суперперенормируемой") теорией, и в ее изучении можно надеяться на существенный прогресс.

В настоящей статье для $КХД_3$ точно найдена вершинная функция Γ_3, когда все ее импульсы коллинеарны калибровочному вектору n_i, определяющему в $КХД_3$ аксиальную калибровку $n_i A_i = 0$ общего вида. Непертурбативное выражение для Γ_3, которое вначале выбирается в наиболее общей форме

$$\Gamma^{abc}_{ijk}(p,q,r) = f^{abc}[A(p,q,r)\delta_{ij}\hat{n}_k + B(p,q,r)\delta_{jk}\hat{n}_i + C(p,q,r)\delta_{ki}\hat{n}_j + K(p,q,r)\hat{n}_i\hat{n}_j\hat{n}_k], \tag{1}$$

затем уточняется с помощью тождеств Славнова – Тейлора и требований Бозе-симметрии. Результат этих преобразований однозначно восстанавливает точный вид Γ_3 ввиду простой тензорной структуры выражения (1). В (1) $\hat{n}_i = n_i/|n|$ и все остальные векторы ему пропорциональны.

Тождества Славнова – Тейлора для $КХД_3$ имеют стандартный вид

$$r_k \Gamma^{abc}_{ijk}(p,q,r) = i\tilde{g} f^{abc}[\tilde{D}^{-1}_{ij}(p) - \tilde{D}^{-1}_{ij}(q)], \tag{2}$$

где $\tilde{D}^{-1}$ – точное выражение для обратного глюонного пропагатора /1/

$$\tilde{D}^{-1}_{ij}(p) = (p^2\delta_{ij} - p_i p_j)(1 + \Pi_1(p)) + [\delta_{ij} - (n_i p_j + n_j p_i)/(np) + p^2 n_i n_j/(np)^2](np)^2\Pi_2(p), \tag{3}$$

удовлетворяющее в калибровке $n_i A_i = 0$ простому соотношению

$$D_{ij}(p)\tilde{D}^{-1}_{jk}(p) = \delta_{ik} - p_i n_k/(pn).$$

Для случая, когда все векторы коллинеарны, выражение (3) упрощается

---

* Факультет ядерной науки и технологии Гаванского университета, Куба.

$$\widetilde{D}^{-1}_{ij}(p) = (\delta_{ij} - \hat{n}_i\hat{n}_j)\,F(p) \tag{4}$$

и определяется одной функцией

$$F(p) = p^2(1 + \Pi_1(p) + n^2\Pi_2(p)), \tag{5}$$

которая в конечном итоге определит также выражение (1).

Для Γ_3 требование бозе-симметрии предполагает, что имеет место следующее равенство:

$$\Gamma^{abc}_{ijk}(p,q,r) = \Gamma^{bca}_{jki}(q,r,p) = \Gamma^{cab}_{kij}(r,p,q),$$

которое приводит к ряду ограничений на коэффициентные функции (1):

$$B(p,q,r) = A(q,r,p);\; C(q,r,p) = A(r,p,q);\; K(p,q,r) = K(q,r,p) = K(r,p,q). \tag{6}$$

Фактически, с учетом (6), неизвестными в (1) остались только две структурные функции $A(p,q,r)$ и $K(p,q,r)$, которые теперь однозначно определяются, если воспользоваться (2), предварительно подставив в него (1) и (4). Окончательный результат этих преобразований записывается в виде одного тензорного уравнения

$$|r|(\hat{n}\hat{r})\left\{A(p,q,r)\delta_{ij} + [B(p,q,r) + C(p,q,r) + K(p,q,r)]\hat{n}_i\hat{n}_j\right\} = i\,\widetilde{g}(\delta_{ij} - \hat{n}_i\hat{n}_j)[F(p) - F(q)],$$

которое после разделения независимых тензорных структур позволяет определить функцию $A(p,q,r)$

$$A(p,q,r) = i\,\widetilde{g}(\hat{n}\hat{r})[F(p) - F(q)]/|r|, \tag{7}$$

а также функцию $K(p,g,r)$ с помощью (7) и соотношения (6)

$$K(p,q,r) = -(A(p,q,r) + B(p,q,r) + C(p,q,r)). \tag{8}$$

Непертурбативное выражение (1) для вершинной функции трехглюонного взаимодействия Γ_3, с учетом (7) и (8), принимает простой вид

$$\Gamma^{abc}_{ijk}(p,q,r) = i\,\widetilde{g}f^{abc}\left\{A_{ij}(p,q)\,\hat{n}_k(\hat{n}\hat{r})/|r| + A_{ki}(r,p)\,\hat{n}_j(\hat{n}\hat{q})/|q| + A_{jk}(q,r)\,\hat{n}_i(\hat{n}\hat{p})/|p|\right\} \tag{9}$$

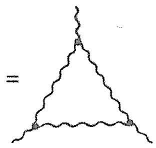
и является точным, когда все векторы в (9) коллинеарны. Тензорная функция $A_{ij}(p,q)$ строится простым обобщением выражения (7)

$$A_{ij}(p,q) = [F(p) - F(q)](\delta_{ij} - \hat{n}_i\hat{n}_j), \tag{10}$$

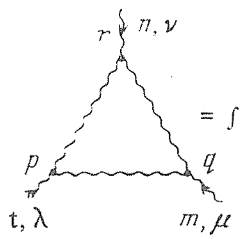
где функция $F(p)$, определяемая выражением (5), является общей для глюонного пропагатора (4) и вершинной функции (9). Такой вид самосогласования глюонного пропагатора и вершинной функции характерен для стандартной схемы непертурбативных расчетов /1/, где он является приближенным, а не точным, как в рассматриваемом случае. Полученный здесь результат подтверждает эту схему, но кроме того, найденное выражение (9) для Γ_3 имеет самостоятельный интерес. Это выражение (с учетом (5), (10)) можно использовать для восстановления вершинной функции Γ_3 в обход непосредственного вычисления ее диаграммного ряда, которое весьма громоздко, даже для однопетлевых поправок. В частности, с помощью (5) однопетлевая функция $F(p)$ в рамках известных результатов /1/, определяющих $\Pi_i(p)$), легко восстанавливается явно

$$F(p) = p^2[1 - 9\widetilde{g}^2/(32|p|)] \tag{11}$$

и, следовательно, с учетом (10) и (9) функция Γ_3 также полностью определена. Выражение (11), согласно выполненной нами проверке, точно совпадает с результатами непосредственного вычисления (для случая коллинеарных векторов) однопетлевых поправок для вершинной функции Γ_3

$\Gamma_3^{(2)}(p,q,r)^{abc}_{ijk} =$  $+ \frac{1}{2} \Big[$  $+$ циклические перестановки $\Big],$ (12)

что дополнительно подтверждает правильность (9) и оправдывает ряд технических приемов, используемых при регуляризации расходящихся интегралов в (12). Трудность вычисления $\Gamma_3^{(2)}$ связана с первой диаграммой ряда (12)



$$= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3}\, \Gamma_3^{(0)}(p, k, -p-k)^{tab}_{\lambda\alpha\beta}\, D^{(0)}_{\beta\beta'}(k+p)\,\Gamma_3^{(0)}(r, k+p, q-k)^{nbc}_{\nu\beta'\gamma} \times$$
$$\times\, D^{(0)}_{\gamma\gamma'}(k-q)\,\Gamma_3^{(0)}(q, k-q, -k)^{mca}_{\mu\gamma'\alpha'}\, D^{(0)}_{\alpha\alpha'}(k). \tag{13}$$

Хотя эта диаграмма и приводится к семи компактным блокам (после использования явного вида $\Gamma_3^{(0)}$), их полное вычисление удается осуществить пока только в двух случаях: в пределе коллинеарных векторов, либо в инфракрасном пределе /4/, т.е. когда один из импульсов в (13) равен нулю. Процедура расчетов в обоих случаях оказывается весьма трудоемкой и выполняется с помощью метода размерной регуляризации /4,6/ и с учетом дополнительного предписания, сформулированного в работе /7/, для исключения сингулярностей, вносимых аксиальной калибровкой.

Следует отметить еще одну качественную особенность полученного выражения для Γ_3. Это выражение, вычисленное в пределе коллинеарных векторов, не содержит поперечной части и удовлетворяет, кроме тождества (2), также дифференциальному тождеству Славнова – Тейлора

$$\lim_{|r|\to 0} \Gamma_3(p,q,r)^{abc}_{ijk} = -\, i\tilde{g} f^{abc}\, \frac{\partial \tilde{D}^{-1}_{ij}(p)}{\partial p_k}, \tag{14}$$

когда один из ее импульсов равен нулю. Для функции Γ_3 с произвольно ориентированными векторами условие (14) не всегда имеет место и возможна ситуация, когда Γ_3 удовлетворяет интегральному тождеству Славнова – Тейлора в форме (2) и не удовлетворяет (14). В КХД$_3$ последний случай соответствует теории с конечным экранированием глюомагнитных сил (в полной аналогии с обычным экранированием глюоэлектрических сил) и является наиболее интересным для приложений. Однако такая вершинная функция имеет ненулевую поперечную часть (которая не контролируется тождеством (2)), и установить ее явный вид пока удается только приближенно /1,2/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kalashnikov O.K., Klimov V.V., Casado E. Fortschr. Phys., 31, 613 (1983); Калашников О.К., Касадо Э. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 2, 53 (1985).
2. Kim S.K., Baker M. Nucl. Phys., B164, 152 (1980).
3. Калашников О.К. Письма в ЖЭТФ, 39, 337 (1984).
4. Калашников О.К., Касадо Э. ЯФ, 40, 1297 (1984); Casado E. Reporte IMACC № 1, 1 (1984).
5. Gross D.T., Pisarski R.D., Yaffe L.G. Rev. Mod. Phys., 53, 43 (1981).
6. Leibbrandt G. Rev. Mod. Phys., 47, 849 (1975); Capper D.M., Leibbrandt G. Phys. Rev., D25, 1009 (1982).
7. Kummer W. Acta Physica Austriaca, 41, 315 (1975).

Поступила в редакцию 20 апреля 1987 г.