Краткие сообщения по физике № 8-1987 г.

УДК 530.145

ОДНОПЕТЛЕВОЙ КОНТИНУАЛЬНЫЙ ИНТЕГРАЛ В ТЕОРИИ O(2) СТРУНЫ

А.В. Маршаков

Вычисляется однопетлевой континуальный интеграл в теории O(2) струны в критической размерности D = 2. Показано его точное соответствие двумерной квантовой теории поля.

Теория O(2) струны – заряженной фермионной струны – возникла как обобщение струны Неве – Шварца – Рамона (НШР) посредством расширения суперсимметрии $N = 1$ по мировому листу до $N = 2$ /1/. Критическая размерность для O(2) струны $D = 2$, единственное состояние в спектре при $D = 2$ есть вакуум с нулевой массой. При $D \neq 2$ и плоском внешнем фоне в спектре обязательно появляются духи /1,3/. Поскольку в размерности $D = 2$ спектр тривиален, то теория струны должна точно соответствовать некоторой двумерной квантовой теории поля.

В предлагаемой работе будет использоваться подход Полякова /2/ – первичное квантование струны с помощью континуального интеграла в суперконформной калибровке. Этот подход наиболее удобен для учета петлевых поправок. Будет вычислен однопетлевой континуальный интеграл для O(2) струны на плоском внешнем фоне. Единственным допустимым многообразием в случае топологически евклидова внешнего двумерного пространства является кольцо. В критической размерности суперконформная аномалия сокращается /3,4/. Это локальное свойство теории верно для любой глобальной топологии многообразия. Континуальный интеграл сводится к интегралу по пространству модулей (бозонная струна), в суперслучае – супермодулей (СМ) /5,6/. В теории O(2) струны помимо этого появляются интегрирования по модулям калибровочного поля (МКП). В связи с трудностями перехода к калибровке светового конуса /1/ вычисление одной петли операторным методом затруднительно.

Континуальный интеграл в теории O(2) струны выглядит следующим образом:

$$\int [De]\,[DA]\,[D\chi][D\psi][D\varphi]\exp(-I), \tag{1}$$

где I – действие двумерной $N = 2$ супергравитации, взаимодействующей с набором из D комплексных скалярных супермультиплетов материи /3,4/:

$$I = \int d^2\xi\, e\Big\{g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi^M\partial_\nu\overset{*}{\varphi}{}^M + (i/2)\,\bar\psi^M\gamma^\mu\overleftrightarrow{D}_\mu\psi^M + A_\mu\bar\psi^M\gamma^\mu\psi^M + (\partial_\mu\overset{*}{\varphi}{}^M + \bar\psi^M\chi_\mu)\bar\chi_\rho\gamma^\mu\gamma^\rho\psi^M + (\partial_\mu\varphi^M + \bar\chi_\mu\psi^M)\,\bar\psi^M\gamma^\rho\gamma^\mu\chi_\rho\Big\}, \tag{2}$$

где $g_{\mu\nu} = e^a_\mu e^b_\nu \eta_{ab}$; D_μ – ковариантная производная по метрике $g_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 1,2$; $M = 1,..,D$). Действие (2) обладает группой локальной инвариантности, позволяющей на квантовом уровне выбрать калибровку:

$$e^a_\mu = \delta^a_\mu(T)\,e^\sigma,\quad \chi_\mu = \gamma_\mu\lambda + X^j_\mu a_j,\quad A_\mu = \epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\theta + \Omega^k_\mu\omega_k, \tag{3}$$

где для кольца T – вещественный параметр, $0 < T < \infty$ /7,8/. Существование СМ и МКП зависит от граничных условий: СМ существуют лишь в секторе теории, дающем нулевой вклад в силу наличия в нем нулевых мод оператора Дирака, МКП существуют только в "НШ" секторе и имеют вид:

$$\Omega_\mu = \Omega^k_\mu\omega_k = \omega\delta_{\mu 2} \tag{4}$$

(параметризация кольца выбирается так, что $0 < \xi^1, \xi^2 < 1$, $\xi^2 \sim \xi^2 + 1$). При сокращении аномалий и указанных свойствах СМ и МКП супердетерминант перехода к интегрированию по группе факторизуется, и меру интегрирования в (1) можно определить следующим образом:

$$[De] = \frac{De}{V_{GR} V_W V_L}, \quad [DA] = \frac{DA}{V_{PH} V_{CH}}, \tag{5}$$

где $\int DA \exp - \frac{1}{2} \|\delta A\|^2 = 1$ – определение меры через норму. Мера в (5) нормирована на "объемы" репараметризаций (GR), Вейлевских (W), лоренцевских (L), фазовых (PH) и киральных (CH) преобразований.

Вычислим (1) в НШ секторе, тогда действие (2) в калибровке (3) имеет вид:

$$I = I_B(\varphi) + I_F(\psi, \Omega),$$

где Ω определено в (4). Последовательно вычисляя (1), имеем:

$$\int [D\varphi] \exp[-I_B(\varphi)] = \left(\frac{\int d^2 \xi \sqrt{g}}{2\pi}\right)^D (\det{}' - \Box^{(N+)})^{-D} V_y \int d^D X. \tag{6}$$

Штрих означает "выбрасывание" нулевых мод; V_y – объем "внутреннего" пространства; $\int d^D X$ – интеграл по нулевым модам. При вычислении (6) подразумевалось, что $y = \mathrm{Im}\varphi$ имеют те же граничные условия, что и $x = \mathrm{Re}\varphi$ – физические координаты, а именно (N+)-условия Неймана по ξ^1 и периодичность по ξ^2. Это допустимо в "нескрученном" НШ секторе. Далее в (1) $De = Dl \cdot Dg$ – произведение интеграла Dl по локальной группе Лоренца и меры Dg, вычисляемой аналогично /7,9,10/. Имеем:

$$[De] = dT (\sqrt{2}/T^2)(\det{}' - \Box^{(N+)} \det - \Box^{(D+)})^{1/2},$$

где (D+) отличается от (N+) условиями Дирихле по ξ^1. После сокращения тривиальных интегралов с "объемами" в знаменателе (5) остается лишь единичный на кольце объем преобразований Киллинга. Аналогично вычислим меру интегрирования по калибровочному полю:

$$\delta A_\mu = \partial_\mu \Lambda + \epsilon_{\mu\nu} \partial^\nu \theta + \delta \Omega_\mu, \quad \|\delta A\|^2 = \int d^2 \xi \sqrt{g}\, g^{\mu\nu} \delta A_\mu \delta A_\nu.$$

Тогда $[DA] = d\omega T^{-1} (\det{}' - \Box^{(N+)} \det - \Box^{(D+)})^{1/2}$.

Далее, комплексный дираковский двумерный спинор (ψ_i, i = 1,2) на струне может удовлетворять следующим граничным условиям /1, 12/:

$$\psi_1(\xi^0, 0) = \psi_2(\xi^0, 0), \quad \psi_1(\xi^0, 1) = - e^{i\beta} \psi_2(\xi^0, 1), \tag{7}$$

где β – произвольная фаза. Континуальный интеграл по фермионам есть детерминант оператора Дирака во внешнем поле (4) при граничных условиях (7). Постоянная компонента ω калибровочного поля может быть связана с выбором фазы (7): функции, являющиеся решением уравнения Дирака во внешнем поле ω, удовлетворяют граничным условиям с естественно возникающей фазой:

$$\beta = \omega / T. \tag{8}$$

Вычисляем континуальный интеграл по фермионам указанным образом. Тогда возможна замена переменных ($D_\mu = \partial_\mu - i\Omega_\mu$):

$$\psi = O\eta, \quad O^\dagger O = 1, \quad \gamma^\mu D_\mu \cdot O = O \cdot \gamma^\mu \partial_\mu,$$

и интеграл равен:

$$\int_{(A)} D\bar{\psi}\, D\psi \exp(-\int\sqrt{g}\,\bar{\psi}\,(-i\gamma_\mu D_\mu)\psi) = (\det - i\gamma_\mu \partial_\mu^{(NS,s)})^{D},$$

где (NS,s) обозначает условия НШ по ξ^1 и периодичность "+" или антипериодичность "–" по ξ^2. Детерминант оператора Дирака вычисляется как корень квадратный из детерминанта его произведения на сопряженный. Определяя норму и меру интегрирования по гравитино

$$\delta\chi_\mu = D_\mu a + \gamma_\mu\lambda, \quad \|\delta\chi\|^2 = \int d^2\xi\sqrt{g}\, g^{\mu\nu}\delta\bar{\chi}_\mu\delta\chi_\nu, \quad \int[D\chi]\exp - \frac{1}{2}\,\|\delta\chi\|^2 = 1,$$

получаем вклад гравитино в континуальный интеграл. Вычисляя детерминанты с использованием, например, /11/, имеем (D = 2):

$$Z = C\int_0^\infty \frac{dT}{T^3}\int d\omega\int d^2X. \tag{9}$$

Тривиальность суммы по спиновым структурам в (9) есть следствие тривиального спектра в D = 2. Существенен выбор пределов интегрирования по ω: поскольку ω соответствует выбору фазы (8), то интеграл следует брать по различным фазам, например, $0 < \omega < 2\pi T$. Окончательно

$$Z = C_1^{NS}\int_0^\infty (dT/T^2)\int d^2X. \tag{10}$$

Это выражение точно соответствует двумерной скалярной частице. Континуальный интеграл для скалярной частицы (см., напр., /5/) в регуляризации по собственному времени равен

$$Z_P \cong -\int d^Dp\log(p^2+m^2)\int d^2X = \int_0^\infty\frac{dT}{T}\int d^Dp\exp[-T(p^2+m^2)]\int d^2X = \int_0^\infty\frac{dT}{T^{1+D/2}}\exp[-Tm^2]\int d^2X,$$

что при D = 2, $m^2 = 0$ совпадает с (10).

Отметим наконец, что можно рассматривать сектор Р теории, в котором неизбежно будут появляться скрученные бозонные поля /1, 13/. Тогда МКП отсутствуют, и связанную с ними фазу (8) нужно брать равной нулю. Вычисляя детерминанты, можно убедиться, что континуальный интеграл будет иметь вид (10) с некоторой другой произвольной константой. Константу эту нужно выбирать противоположной C_1^{NS} в (10), тогда полный однопетлевой континуальный интеграл равен нулю, что свидетельствует о наличии суперсимметрии во внешнем физическом пространстве между скалярным полем НШ сектора и спинорным полем сектора Р.

Автор глубоко признателен В.Я. Файнбергу за постоянную помощь в работе, а также А.Ю. Морозову, О.В. Огиевецкому, А.М. Семихатову, М.А. Соловьеву и А.А. Цейтлину за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ademollo M. et. al. Nucl. Phys., **B111**, 77 (1976).
2. Polyakov A.M. Phys. Lett., **103B**, 207; 211 (1981).
3. Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Phys. Lett., **106B**, 63 (1981).
4. Di Vecchia P. et. al. Nucl. Phys., **B217**, 395 (1983).
5. Белавин А.А., Книжник В.Г. ЖЭТФ, **91**, 364 (1986).
6. D'Hoker E., Phong D.H. Nucl. Phys., **B269**, 205 (1986); Nucl. Phys., **B278**, 225 (1986).
7. Burgess C.P., Morris T.R. I.A.S. preprints (1986).
8. Морозов А., Рослый А. Письма в ЖЭТФ, **45**, 168 (1987).
9. Polchinski J. Comm. Math. Phys., **104**, 37 (1986).
10. Rodrigues J.P. Phys. Lett., **B178**, 350 (1986).
11. Alvarez E., Osorio M. Preprint CERN–TH. 4571/86.
12. Mathur S., Mukhi S. Preprint TIFR/TH/86-33.
13. Cohn J.D. Nucl. Phys., **B284**, 349 (1987).

Поступила в редакцию 24 апреля 1987 г.