Краткие сообщения по физике № 8-1987 г.

УДК 533.951.1

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН РАСПЛЫВАЮЩИМСЯ ПАКЕТОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В.И. Кирсанов

Рассмотрено влияние дисперсионного расплывания пакета поперечного электромагнитного излучения на возбуждение им плазменных волн. Показано, что достаточно короткие пакеты $\tau < \omega_p^{-1}$ расплываясь, продолжают возбуждать плазменную волну почти неизменной амплитуды.

Вопрос возбуждения продольных волн в плазме поперечным электромагнитным излучением привлекает внимание в связи с разработкой новых методов ускорения частиц /1,2/. Обсуждаются два возможных варианта возбуждения продольных волн в плазме. Первый связан с использованием двух лазеров, разность частот которых $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ равна плазменной частоте $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0/m}$ (резонансное возбуждение) /2/. Другой вариант – возбуждение продольных волн в плазме коротким лазерным импульсом (пакетом) с длительностью, сравнимой с обратной плазменной частотой $\tau \sim \omega_p^{-1}$ /1,3/. Преимущество коротких пакетов обусловлено нерезонансным характером возбуждения ими плазменных волн и, как следствие этого, менее жесткими требованиями на однородность плазмы, в которой происходит ускорение частиц. Однако для пакетов малой длительности может стать существенным дисперсионное расплывание, приводящее к изменению формы пакета и уменьшению его амплитуды. Исследованию влияния дисперсионного расплывания пакета на возбуждение им плазменной волны посвящена настоящая работа.

Рассмотрим одномерный пакет поперечных электромагнитных волн, распространяющийся вдоль оси OX в однородной плазме с плотностью n_0 со скоростью $v_g = d\omega/dk = c^2 k^2/\omega$ (где k и ω – соответственно волновой вектор и несущая частота пакета, связанные дисперсионным соотношением $\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_p^2$ /4/). Плазму считаем редкой $\omega \gg \omega_p$, ионы плазмы – неподвижными. В качестве величины, характеризующей пакет, выберем скорость поперечных осцилляций электронов в электромагнитном поле пакета, задавая ее в виде $v_\perp(x,t) = (1/2)\,[a(\xi,t)\exp(-i\omega t + ikx) + \text{к.с.}]$, где a – медленно меняющаяся амплитуда огибающей, зависящая от переменных $\xi = x - v_g t$, t.

Для описания волнового пакета и движений электронов плазмы используем систему уравнений Максвелла и уравнения гидродинамики электронов в пренебрежении тепловыми эффектами и столкновениями /4/.

Пондеромоторная сила высокочастотного поля пакета приводит к низкочастотным возмущениям концентрации электронов плазмы $\delta n_0(x,t)$. Уравнение для малых низкочастотных возмущений плотности плазмы имеет вид /3/:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\delta n_0}{n_0}\right) + \omega_p^2\,\frac{\delta n_0}{n_0} = \frac{1}{4}\,\frac{\partial^2 |a|^2}{\partial x^2}.$$

Предполагая медленное изменение со временем модуля квадрата амплитуды пакета $\partial|a|^2/\partial\xi \gg (1/v_g)\,\partial|a|^2/\partial t$, получаем отсюда выражение для низкочастотных возмущений плотности

$$\frac{\delta n_0}{n_0} = \frac{1}{4v_g^2}\left[|a(\xi,t)|^2 - k_p \int_\infty^\xi d\xi' |a(\xi',t)|^2 \sin k_p(\xi - \xi')\right],$$

где $k_p = \omega_p/v_g$.

Отсюда следует, что вдали за пакетом остается след в виде плазменной волны

$$\delta n_0(\xi,t)/n_0 = (\delta N_0(t)/n_0)\sin(k_p\xi + \psi(t)),$$

где $\dfrac{\delta N_0(t)}{n_0} = \dfrac{k_p R}{4v_g^2}$; $\operatorname{tg}\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi |a(\xi,t)|^2 \sin k_p\xi \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} d\xi |a(\xi,t)|^2 \cos k_p\xi,$

$$R = \left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} d\xi |a(\xi,t)|^2 \sin k_p\xi\right)^2 + \left(\int_{-\infty}^{\infty} d\xi |a(\xi,t)|^2 \cos k_p\xi\right)^2\right]^{1/2}. \tag{1}$$

Амплитуда и фаза плазменной волны, определяемой формулой (1), меняются в соответствии с изменением формы пакета.

Уравнение эволюции огибающей пакета имеет вид /3/:

$$2i\omega \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{c^2\omega_p^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} = -\frac{3}{8}\frac{\omega_p^2}{c^2}|a|^2 a + \frac{1}{8}\frac{k^2\omega_p^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{1}{4}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)|a|^2 a + \omega_p^2 \frac{\delta n_0}{n_0} a. \tag{2}$$

Первые два нелинейных члена в правой части уравнения (2) учитывают релятивистские эффекты в первом порядке по a^2/c^2 и высокочастотные (на второй гармонике) возмущения концентрации электронов /5/, последний член связан с рассмотренными ранее низкочастотными возмущениями концентрации и является существенным для пакетов малой длительности ($\tau \sim \omega_p^{-1}$).

Сравнивая члены уравнения (2), получим, что для достаточно короткого пакета, когда выполнено неравенство

$$(Lk_p)^4 \ll \min[1; (c\omega_p/a\omega)^2], \tag{3}$$

где L – характерный масштаб изменения амплитуды пакета, эволюция пакета определяется в основном дисперсионным расплыванием /6/:

$$2i\omega \frac{\partial a}{\partial t} + \frac{c^2\omega_p^2}{\omega^2}\frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} = 0,$$

при этом

$$a(\xi,t) = \frac{\omega}{(2\pi t)^{1/2} c\omega_p}\int_{-\infty}^{\infty} dz\, a(z, t=0)\exp\left[\frac{i(\xi - z)^2}{2tc^2\omega_p^2/\omega^2}\right]. \tag{4}$$

Рассмотрим конкретный пример: гауссовский пакет, имеющий при $t = 0$ вид $a(\xi, t = 0) = a_0 \exp(-\xi^2/4L_0^2)$. Подставляя это выражение в формулы (1) и (4), получим выражение для возмущений плотности электронов в плазменной волне за пакетом

$$\left[\frac{\delta n_0}{n_0}\right]_G = \left[-\frac{a_0^2}{4v_g^2}\sqrt{2\pi}\,(k_pL_0)\exp\left(-\frac{(k_pL(t))^2}{2}\right)\right]\sin k_p\xi, \tag{5}$$

где $L(t) = L_0(1 + \Omega^2 t^2)^{1/2}$ — характерный размер гауссовского пакета через время t, $\Omega = \omega_p^4/[2\omega^3(k_pL_0)^2]$ — характерное обратное время расплывания пакета.

Как видно из формулы (5), для достаточно короткого пакета $k_pL_0 \ll 1$ характерное время изменения амплитуды плазменной волны $t_0 \cong (k_pL_0\Omega/\sqrt{2})^{-1}$ много больше характерного времени расплывания пакета $t_0 \gg \Omega^{-1}$. Такой короткий пакет, расплываясь, продолжает излучать плазменную волну почти постоянной амплитуды.

Плазменная волна максимальной амплитуды согласно формуле (5) возбуждается пакетом длительности $\tau \sim 2\omega_p^{-1}$ $(L_0 k_p = 1)$. При этом характерные времена расплывания пакета и изменения амплитуды плазменной волны близки.

Для гауссовского пакета амплитуда возбуждаемых им плазменных волн падает со временем при любом начальном размере пакета (5). Для пакетов другого вида это несправедливо. Например, для пакета $a = (a_0/2)(\exp[-(\xi - b)^2/4L_0^2] + \exp[-(\xi + b)^2/4L_0^2])$ из (1) и (4) получаем следующее выражение для возмущений плотности за пакетом:

$$\delta n_0/n_0 = \frac{1}{2}\,[\delta n_0/n_0]_G\,[\cos(k_p b) + \exp(-b^2/2L_0^2)\mathrm{ch}(k_p b t \Omega)],$$

где $[\delta n_0/n_0]_G$ определяется формулой (5). При $(b^2/L_0^2)\exp(-b^2/4L_0^2) > \cos(k_p b)$ амплитуда плазменной волны за пакетом будет сначала нарастать со временем, а затем убывать.

При рассмотрении вопроса об ускорении электронов в плазменной волне (5), возбуждаемой расплывающимся гауссовским пакетом, необходимо сравнивать характерное время изменения амплитуды плазменной волны t_0 и характерное время ускорения частицы t_a /2,3/. Изменением амплитуды плазменной волны за характерное время ускорения частицы можно пренебречь при выполнении условия

$$2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)(L_0 k_p) \geqslant 1 + 4\sqrt{\frac{2}{\pi}}\;\frac{c^2\omega_p}{a^2\omega}\;\frac{\exp[(k_p L_0)^2/2]}{k_p L_0}.$$

Проиллюстрируем полученные результаты примером ускорения частиц в плазменной волне, возбуждаемой расплывающимся пакетом. Рассмотрим лазерный импульс с начальной длительностью в $2\cdot 10^{-14}$ с, частотой $\omega = 2\cdot 10^{15}$ с (длина волны 1 мкм) и интенсивностью 10^{16} Вт/см^2 в плазме с концентрацией $n \approx 3\cdot 10^{17}$ см$^{-3}$. Эволюция такого импульса ($k_p L_0 \approx 1/3$; $a/c \approx 1/10$), согласно (3), определяется в основном линейным расплыванием. Импульс возбуждает плазменную волну (5), в которой можно ускорить /2,3/ электроны с начальной энергией от 20 до 50 МэВ на длине в 30 см. При этом, в соответствии с формулой (5), амплитуда возбуждаемой плазменной волны уменьшается на 2,5%, в то время как его длительность возрастает за счет дисперсионного расплывания на 20% (до $2{,}4\cdot 10^{-14}$ с). Расплывающийся пакет возбуждает плазменную волну почти неизменной амплитуды.

Автор благодарен Горбунову Л.М. за помощь в работе и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tajima T., Dawson J.M. Phys. Rev. Lett., 43, 273 (1979).
2. Katsouleas T. et al. In Laser Accelerat., part 2, American Inst. of Physics, New York, 1985, p. 63.
3. Горбунов Л.М., Кирсанов В.И. ЖЭТФ, 93, вып. 2, 509 (1987).
4. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1978, с. 56, с. 79.
5. Берхоер А.Л., Захаров В.Е. ЖЭТФ, 58, вып. 3, 903 (1970).
6. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн, М., Наука, 1979, с. 96.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 18 мая 1987 г.