Краткие сообщения по физике № 8-1987 г.

УДК 533.95

К ТЕОРИИ СЛИППИНГ-НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕЗАМАГНИЧЕННОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

Р.Р. Киквидзе, А.А. Рухадзе

Проведен анализ устойчивости плоского нерелятивистского потока электронов с неоднородным профилем скорости по отношению к потенциальным возмущениям. Определены область неустойчивости колебаний по продольным волновым числам и максимальный инкремент их нарастания. Обсуждается возможность проявления этой неустойчивости в трубчатом релятивистском электронном пучке, движущемся вдоль внешнего магнитного поля в цилиндрическом дрейфовом пространстве.

В работах /1,2/ показано, что плоский нерелятивистский поток электронов с неоднородным линейным профилем скорости в отсутствие внешнего магнитного поля неустойчив по отношению к возбуждению потенциальных колебаний. При этом область неустойчивости и максимальный инкремент нарастания колебаний определены не были, поскольку рассматривался только предел высокой плотности плазмы. Ниже это ограничение при анализе устойчивости потока снято, что позволило определить указанные характеристики неустойчивых колебаний по продольным волновым числам. Что касается поперечных мод колебаний, то как показано в /1/, в рассматриваемой системе возможно возбуждение только одной основной по толщине потока моды колебаний, которая и анализируется ниже.

Уравнение для потенциала поля колебаний в плоском потоке электронов записывается в виде

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} - k^2\Phi + \frac{d\Phi}{dx}\,\frac{d\ln\epsilon(x)}{dx} = 0, \tag{1}$$

где $\epsilon(x) = 1 - \omega_p^2/[\omega - k_z u(x)]^2$ — диэлектрическая проницаемость потока, скорость которого направлена вдоль оси OZ; ω_p — плазменная частота, причем плотность электронов по сечению потока ($x \leqslant a$) считается постоянной; $k = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$; k_y и k_z — волновые числа в плоскости однородности потока; ω — частота колебаний; собственные значения с $\mathrm{Im}\,\omega > 0$ соответствуют неустойчивым колебаниям.

Электронный поток считается окруженным металлическим кожухом — плоскими металлическими пластинами при $x = \pm(a+b)$. Поэтому $\Phi|_{x=\pm(a+b)} = 0$. Электродинамические граничные условия на поверхности потока имеют вид $\{\Phi\}_{x=\pm a} = \{\epsilon\, d\Phi/dx\}_{x=\pm a} = 0$.

Решение сформулированной граничной задачи приводит к следующему дисперсионному уравнению для определения ω:

$$\frac{1}{a}\int_{-a}^{+a}\frac{dx}{\epsilon(x)} = \frac{2}{ka}\,\frac{1-e^{2kb}}{1+e^{2kb}} \equiv 2\eta(ka,kb). \tag{2}$$

При получении этого уравнения предполагалось, что $k^2 a_{min}^2 \ll 1$, где $a_{min} = \min(a, a_0)$, причем a_0 — размер неоднородности профиля скорости; при линейном профиле, который анализируется ниже, $u = u_0 x/a_0$.

В случае линейного профиля скорости потока (2) принимает вид:

$$1 + \eta + \frac{\omega_p^2}{4\delta}\ln\frac{(1-\delta/\omega_p)^2 - \omega^2/\omega_p^2}{(1+\delta/\omega_p)^2 - \omega^2/\omega_p^2} = 0, \tag{3}$$

где $\delta = |k_z|au_0/a_0$. В пределе $\omega_p \to \infty$ (плотный поток) и $b \to 0$ (зазор между потоком и приводящим кожухом отсутствует и $\eta \to 0$) уравнение (2) переходит в проанализированное в /1/. При $b \to 0$ область неустойчивости колебаний оказывается наиболее обширной. Она определяется неравенством

$$F\left(\frac{\delta}{\omega_p}\right) = 1 + \frac{\omega_p^2}{4\delta} \ln \frac{(1-\delta/\omega_p)^2}{(1+\delta/\omega_p)^2} \leqslant 0,$$

которое выполняется в интервале $0 \leqslant \delta/\omega_p \leqslant 1 + 2/e^2 \approx 1{,}3$, причем при $\delta/\omega_p \to 1$ функция $F(1) \to -\infty$. При этом значении δ/ω_p инкремент неустойчивости максимален. Таким образом, в отсутствие зазора, т.е. при $b \to 0$, из (3) имеем:

$$\mathrm{Im}\omega = \begin{cases} \delta/\sqrt{3} = |k_z|au_0/\sqrt{3}\,a_0 & \text{при } \delta \ll \omega_p, \\ 2\omega_p/e^2 \cong 0{,}3\omega_p & \text{при } \delta \cong \omega_p. \end{cases}$$

Зависимость инкремента нарастания колебаний от δ в отсутствие зазора ($b \to 0$) представлена на рис. 1 кривой 1.

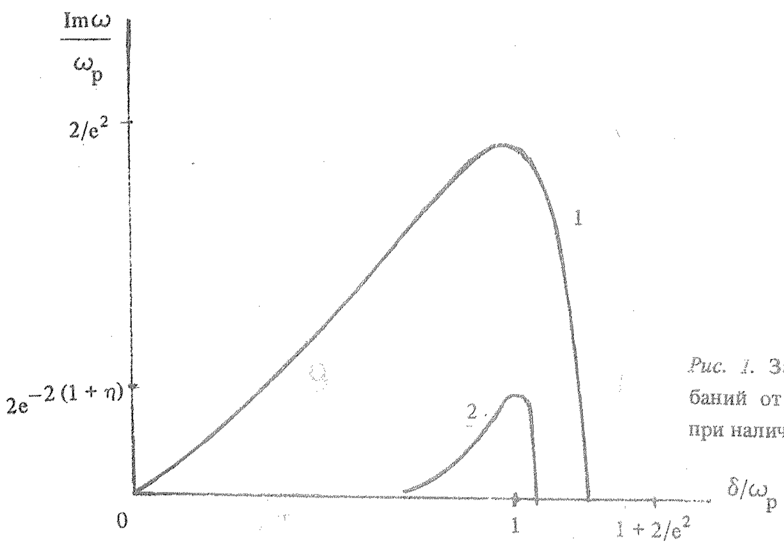

Рис. 1. Зависимость инкремента нарастания колебаний от параметра δ в отсутствие зазора (1) и при наличии зазора (2).

С ростом зазора инкремент нарастания колебаний уменьшается, а область неустойчивости сужается (рис. 1 кривая 2). Максимум инкремента достигается при $\delta/\omega_p = 1$ и равен $\mathrm{Im}\omega_{max} \cong 2\omega_p \exp[-2(1+\eta)]$. В пределе $b \to \infty$, когда поверхность потока можно считать свободной, $\eta \to 2/ka$.

Отметим, что рассмотренная неустойчивость, в отличие от слиппинг-неустойчивости замагниченного потока электронов /1,2/, должна приводить к продольной модуляции потока, причем степень модуляции по порядку величины дается отношением $\mathrm{Im}\omega/\omega \lesssim 2\exp[-2(1+\eta)]$. Механизм модуляции подобен клистронному механизму группировки электронного потока в продольном направлении, но обусловлен неоднородностью профиля скорости потока.

В заключение рассмотрим вопрос о проявлении данной неустойчивости при транспортировке трубчатых сильноточных релятивистских электронных пучков вдоль внешнего магнитного поля в цилиндрическом дрейфовом пространстве. В таком пучке может развиться так называемая диокотронная неустойчивость /3/, обусловленная неоднородным дрейфовым вращением электронов в скрещенных радиальном электрическом и продольном магнитном полях. Для тонкого трубчатого электронного пучка уравнение для потенциала малых колебаний с $k_{||} = 0$ записывается в виде /4/ (ниже приняты обозначения этой работы):

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} - \frac{l^2}{R_0^2}\,\Phi + \frac{d\Phi}{dx}\,\frac{d\ln\epsilon(x)}{dx} = 0,$$

$$\epsilon(x) = 1 - \omega_b^2/\gamma[\omega - l\omega_e(x)]^2. \qquad (4)$$

Здесь $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$; u и $\omega_e(x) = -\omega_d 2x/R_0 = -\omega_b^2 x/\gamma^2\Omega_e R_0$ – соответственно продольная и угловая скорости вращения электронов: $\Omega_e = eB_0/mc$; $R_0 \gg \Delta$ – внутренний радиус пучка; Δ – толщина пучка. При получении (4) предполагались выполненными условия

$$(\omega_b^2\Delta/\Omega_e\gamma c)^2 \ll 1, \quad 1 \gg \omega_b^2\Delta/\gamma\Omega_e^2 R_0 \gg (1/l,\ \Delta/R_0\gamma_2).$$

Первое соответствует нерелятивистской скорости вращения пучка, второе обеспечивает наличие равновесия (выполняется только для мод с $l \gg 1$ при $\gamma^2 \gg 1$) и позволяет пренебречь при анализе колебаний влиянием внешнего магнитного поля.

Уравнение (4) совпадает с (1). Поэтому все выводы о слиппинг-неустойчивости незамагниченного потока электронов с неоднородным профилем скорости сохраняют силу и в рассматриваемом случае. Неустойчивыми являются колебания с $l < R_0/\Delta$, причем инкремент их нарастания

$$\mathrm{Im}\,\omega = l\omega_b^2\Delta/2\sqrt{3}\,\gamma\Omega_e R_0 \lesssim 0{,}3\,\omega_b/\sqrt{3}. \qquad (5)$$

Отметим, что рассмотренная неустойчивость не совпадает с диокотронной, хотя инкремент ее развития (5) напоминает инкремент диокотронной неустойчивости. Это следует из того, что она имеет место не только для пучка со свободной поверхностью, но также и при наличии проводящего кожуха, плотно окружающего пучок. Кроме того, инкремент (5) справедлив только тогда, когда он намного превосходит ларморовскую частоту вращения электронов пучка. Если к этому добавить неравенство $l < R_0/\Delta$, то можно сделать вывод, что рассмотренная неустойчивость возможна лишь при $\omega_b^2 > \gamma\Omega_e^2$.

Авторы благодарны А.Г. Шкварунцу, подсказавшему идею данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Желязков И. И., Рухадзе А. А. ЖТФ, 40, 259 (1970).
2. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1978, гл. 9.
3. Давидсон Р. Теория заряженной плазмы. М., Мир, 1978, § 10.
4. Каландиа З. В. и др. ЖТФ, 53, 1889 (1983).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 28 мая 1987 г.