*Краткие сообщения по физике № 9-1987 г.*

УДК 537.312.62

# О КВАНТОВОМ РАСПАДЕ ПРИ КОНЕЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

А.Д. Заикин, И.М. Косарев, С.В. Панюков

*Исследовано явление квантового распада метастабильного состояния при конечной температуре. Рассмотрен случай неквазиклассического потенциала и омической диссипации. Показано, что в приближении времени жизни для такого потенциала отсутствует переход от режима квантового туннелирования к режиму термической активации. Найдено общее выражение для скорости распада и проведено его исследование в различных частных случаях.*

В последние годы значительное внимание привлекают исследования квантовомеханического туннелирования при наличии диссипации. Общий подход к изучению этой проблемы был предложен в /1/. Было показано, что взаимодействие с термостатом может приводить к заметному увеличению времени жизни частицы в метастабильном состоянии. Температурная зависимость времени жизни исследовалась в /2/. В работах /1,2/ рассматривался квантовый распад в потенциале типа кубической параболы. Такой потенциал характеризует токовое состояние джозефсоновских туннельных контактов и является важным с точки зрения изучения проблемы макроскопического квантового туннелирования /1/.

В работе /3/ рассматривался иной тип потенциала:

$$V(q) = (\kappa/2)\, q^2 + (\gamma/2)\,(q_0 - q)\,\theta(q - q_0), \tag{1}$$

где q – координата частицы; $\theta(x)$ – функция Хевисайда. Этот случай также представляет значительный интерес в связи с экспериментальными исследованиями квантового распада макроскопических токовых состояний в сверхпроводящих контактах с непосредственной проводимостью и, кроме того, в связи с изучением некоторых биологических и химических процессов. Как показано в /3/, квантовый распад в потенциале (1) обладает уже при T = 0 рядом качественных особенностей по сравнению /1,2/. В настоящей работе изучена температурная зависимость скорости распада метастабильного состояния (1) при наличии линейной диссипации и показано, что такая зависимость существенно отличается от аналогичной для потенциала типа кубической параболы.

Скорость распада (обратное время жизни) Г определим соотношением $\Gamma = 2T\ \mathrm{Im}F$, где F – свободная энергия системы, которая может быть представлена в виде логарифма функционального интеграла от величины $\exp(-S)$, где S – эффективное действие рассматриваемой системы

$$S = \int_{-1/2T}^{1/2T} d\tau \left[\frac{m}{2}\dot{q}^2 + V(q) + \frac{\eta}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} d\tau' \left(\frac{q(\tau) - q(\tau')}{\tau - \tau'}\right)^2\right]; \tag{2}$$

здесь T – температура; m – масса; $\eta$ – эффективная вязкость. Вычисление ImF для системы (1), (2) проводится аналогично тому, как это было сделано в работе /3/ в случае $T \to 0$. В соответствующих формулах /3/ следует лишь заменить интегрирование по частотам на суммирование по $\omega_n = 2\pi nT$, $n = 0, \pm 1, \dots$. В результате в квазиклассическом приближении находим:

$$\Gamma = B\exp(-A), \tag{3}$$

$$A = \gamma q_0 \tau_0 - \gamma^2 T\tau_0^2/2\kappa - \sum_{n=1}^{\infty} (\gamma^2 T \sin^2 \omega_n T/\omega_n^2 \Omega_n), \tag{4}$$

$$B = (\gamma/\sqrt{2\pi})\,[\beta(0) - \beta(2\tau_0)]\,/2[\beta(2\tau_0)]^{1/2}, \quad \beta(\tau) = T/\kappa + 2T\sum_{n=1}^{\infty} (\cos\omega_n\tau/\Omega_n), \tag{5}$$

где $\Omega_n = m\omega_n^2 + \eta\omega_n + m\omega_0^2$; $n \geqslant 0$; величина $\tau_0$ определяется из уравнения самосогласования

$$q_0 = \gamma T\tau_0/\kappa + \sum_{n=1}^{\infty} (\gamma T \sin 2\omega_n\tau_0/\omega_n\Omega_n). \tag{6}$$

Формулами (3) – (6) дается полное решение рассматриваемой задачи.

В дальнейшем нас будет интересовать важный частный случай $\xi = 2\pi\kappa q_0/\gamma \ll 1$. При не слишком сильной диссипации

$$\eta^2 \ll m\kappa(1 + T/T_0)/\xi, \quad T_0 = \kappa/2\pi\eta \tag{7}$$

показатель экспоненты A вычисляется по теории возмущений по параметру $\xi$. В главном приближении по этому параметру с помощью (4), (6) получаем:

$$A = q_0^2 \left[ \frac{2}{\pi\sqrt{\Delta}} \left(\psi\left(\frac{\omega_+}{T}\right) - \psi\left(\frac{\omega_-}{T}\right)\right) - \frac{2T}{\kappa} \right]^{-1}, \tag{8}$$

где $\Delta = \eta^2 - 4m\kappa$; $\omega_\pm = (\eta \pm \sqrt{\Delta})/4\pi m$, $\psi(x)$ – логарифмическая производная гамма-функции. В пределе $T \to 0$ (7) переходит в соответствующее выражение работы /3/. При достаточно низких T температурная поправка экспоненциально мала в бездиссипативном пределе и квадратична по T при $\eta \neq 0$. При промежуточных температурах из (8) имеем:

$$A = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{m\kappa}\, q_0^2}{2} \left(1 - \dfrac{\eta^2 T}{4m^{1/2}\kappa^{3/2}}\right), & \dfrac{\eta}{4\pi m} \ll T \ll \dfrac{\sqrt{\kappa}}{2\pi\sqrt{m}}, \\[2ex] \dfrac{U_0}{T} \left(1 - \dfrac{T_0}{T} \ln\left(\dfrac{\eta}{2\pi m T}\right)\right), & T_0 \ll T \ll \dfrac{\eta}{2\pi m}, \end{cases}$$

где $U_0 = \kappa q_0^2/2$. В пределе больших T

$$A = \frac{U_0}{T}\left(1 - \frac{\kappa}{4\pi^2 m T}\right), \quad T \gg \max\left(\frac{\sqrt{\kappa}}{2\pi\sqrt{m}}, \frac{\eta}{2\pi m}\right).$$

Для предэкспоненциального фактора B находим:

$$B = \begin{cases} B_0\left(1 + \dfrac{\pi\eta\sqrt{|\Delta|}\, T^2}{3\kappa^2 r}\right), & T \ll \min\left(\dfrac{\eta}{4\pi m}, T_0\right), \\[2ex] \dfrac{q_0\kappa^{3/4}}{\sqrt{\pi}\, m^{1/4}}\left(1 + \dfrac{3\eta^2 T}{4\kappa^{3/2} m^{1/2}}\right), & \dfrac{\eta}{4\pi m} \ll T \ll \dfrac{\sqrt{\kappa}}{2\pi\sqrt{m}}, \\[2ex] \dfrac{q_0\kappa^{3/2}}{2m\sqrt{2\pi}\, T^{3/2}}, & T \gg \max\left(\dfrac{\sqrt{\kappa}}{2\pi\sqrt{m}}, T_0\right), \end{cases}$$

где $r = 2\,\mathrm{arcctg}(\eta/\sqrt{-\Delta})$; $\Delta \leqslant 0$, $r = \ln(\omega_+/\omega_-)$, $\Delta \geqslant 0$. Величина $B_0 = B(T = 0)$ определена в работе /3/. Отметим, что результат (8) совпадает с выражением для показателя экспоненты A, вычисленным в работе /4/ для потенциала типа параболы, "обрезанной" в точке $q = q_0$. Физическая причина подобного совпадения заключается в том, что при условии (7) потери энергии при туннелировании сравнительно невелики, так что частица как бы "не чувствует" различия между потенциалами (1) и /4/. При нарушении неравенства (7) подобное различие становится заметным. При условии, обратном (7), для $T \ll T_0$ имеем:

$$A = \frac{\pi}{2} p\eta q_0^2 \left(1 - \frac{p}{2} - \frac{4\pi^2\eta^2 p T^2}{3\kappa^2}\right),$$

$$B = B_0 \left(1 + \frac{\pi\eta^2 T^2 p}{3\kappa^2 (1-p)}\right),$$

где p определяется из уравнения $p(1 - C - \ln \xi p) = 1$, $C \cong 0{,}577$. При $T \gg T_0$ величина $A = -U_0/T$,

$$B = \frac{\gamma\sqrt{\kappa}\,[\ln(2\eta\kappa q_0/m\gamma T) + C]}{(2\pi)^{3/2}\eta\sqrt{T[1 + (2T_0/T)\ln(2\pi/\xi)]}} \left(\frac{2\eta\kappa q_0}{m\gamma T}\right)^t, \quad t = \frac{\gamma^2 m^2}{\pi\eta^3}.$$

Таким образом, температурная зависимость скорости распада Γ для потенциала (1) существенно отличается от аналогичной зависимости /2,5/ для потенциала типа кубической параболы. Наиболее существенное отличие заключается в отсутствии температуры кроссовера между квантовым и классическим режимами распада: метастабильное состояние в потенциале (1) при любой температуре (разумеется, $T \ll U_0$) распадается за счет квантового туннелирования. Предэкспоненциальный фактор даже при $T \gg \max(T_0, (\kappa/m)^{1/2})$ остается гораздо большим классического выражения для B в случае "гладкого" потенциала /5/. Интересной особенностью рассмотренной здесь ситуации является резкое изменение температурной зависимости B(T) при больших T и $\eta$: $B \propto T^{-1/2-t}$ при $T \lesssim T_0\eta^2\xi/m\kappa$ и $B \propto T^{-3/2}$ при $T \gtrsim T_0\eta^2\xi/m\kappa$.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Caldeira A. O., Leggett A. J. Phys. Rev. Lett., 46, 211 (1981); Ann. Phys., 149, 374 (1983).
2. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. Письма в ЖЭТФ, 37, 322 (1983); ЖЭТФ, 86, 719 (1984).
3. Заикин А. Д., Панюков С. В. ЖЭТФ, 89, 1890 (1985).
4. Grabert H., Weiss U., Hänggi P. Phys. Rev. Lett., 52, 2193 (1984).
5. Wolynes P. G. Phys. Rev. Lett., 47, 968 (1981); Мельников В. И., Мешков С. В. Письма в ЖЭТФ, 38, 111, (1983).


Поступила в редакцию 20 мая 1987 г.