Краткие сообщения по физике № 10-1987 г.

УДК 533.9

БЕЗДИССИПАТИВНЫЕ ЭЛЕКТРОЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНОЙ И НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПЛАЗМЕ

О.Н. Крохин, С.П. Цыбенко

Решена задача о бездиссипативных электрозвуковых s-поляризованных волнах для неоднородной и нестационарной плазмы в области линейной прозрачности. Проведено пространственное усреднение уравнений плазмы и электромагнитного поля. Получена замкнутая система уравнений для средних величин, автомодельная асимптотика которых дает монотонное убывание амплитуды поля с ростом плотности плазмы.

Рассмотрим бездиссипативные электрозвуковые волны /1–3/, когда неоднородность и нестационарность плазмы определяется волной разрежения. Для этого воспользуемся методом пространственного усреднения уравнений Уизема /4/. Ограничимся случаем s-поляризованного электромагнитного поля, распространяющегося в направлении увеличения плотности плазмы (по оси – X) с эффективным зарядом Z, плотностью ионов $n(x, t)$, нормированной на критическую n_c, и скоростью $v(x, t)$. Компоненты поля E электромагнитной волны с частотой ω запишем в виде

$$E_Z = (16\pi Z n_c T)^{1/2} a(x, t)\cos(\varphi(x, t) - \omega t), \quad E_x = E_y = 0,$$

где $a(x, t)$ и $\varphi(x,t)$ – действительные амплитуда и фаза волны; T – электронная температура.

Метод Уизема требует вариационной формулировки уравнений гидродинамики и электродинамики; в нашем случае лагранжиан имеет вид:

$$L = \int\limits_L \Big[v_s^{-2}\Phi\frac{\partial n}{\partial t} + 2\omega^{-1}\frac{\partial a^2}{\partial t}\varphi - 0{,}5v_s^{-2}n\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 - \left(c\omega^{-1}a\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 - na^2 - n(\ln n - 1) + a^2 - \left(c\omega^{-1}\frac{\partial a}{\partial x}\right)^2\Big]dx, \tag{1}$$

где Φ – потенциал скорости v; v_s и c – соответственно скорости звука в плазме и света в вакууме. Тогда вариационный принцип

$$\delta\int\limits_\Delta L\,dt = 0 \tag{2}$$

является эквивалентной формой записи уравнений Максвелла и гидродинамики плазмы с учетом пондеромоторной силы.

Решение будем искать в виде суммы медленно меняющихся функций и относительно малых модуляций для параметров плазмы:

$$\begin{aligned} n &= \langle n\rangle + 2(1-\langle n\rangle)(E(q)/K(q) - 1 + q^2\,\mathrm{sn}^2(u,q))/(1+q^2),\\ v &= \langle v\rangle + 2(V-\langle v\rangle)(1-\langle n\rangle)(E(q)/K(q) - 1 + q^2\,\mathrm{sn}^2(u,q))/\langle n\rangle(1+q^2)),\\ a^2 &= 2(1-\langle n\rangle)q^2((V-\langle v\rangle)^2 - v_s^2)\,\mathrm{sn}^2(u,q)/(v_s^2\langle n\rangle(1+q^2)), \end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathrm{sn}(u,q)$ – эллиптический синус с модулем q; $u = (\omega/c)(1-\langle n\rangle)^{1/2}(1+q^2)^{-1/2}(x - Vt)$, $K(q)$ и $E(q)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода; $V = (c^2/\omega)(\partial\varphi/\partial x)$ – скорость электрозвуковой волны, совпадающая с групповой скоростью электромагнитной волны; угловыми скобками обозначены средние по периоду $\lambda = 4c\omega^{-1}K(q)(1+q^2)^{1/2}/(1-\langle n\rangle)^{1/2}$. Решение (3) устойчиво относительно длинноволновых возмущений /5/ и определено, когда $(V - \langle v\rangle)^2 > v_s^2$. Подставив (3) в (1) и усреднив по периоду λ, считая $\langle n\rangle$, $\langle v\rangle$, q, V медленно меняющимися на длине λ функциями координаты x, получим усредненный лагранжиан, на основании которого из (2) следует система уравнений:

$$\frac{\partial\langle n\rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\langle n\rangle\langle v\rangle - 2v_s^2 PQ\right) = 0,$$

$$\frac{\partial\langle v\rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\langle v\rangle^2}{2} + v_s^2 \ln\langle n\rangle - v_s^2\langle a^2\rangle Q\right) = 0,$$

$$\frac{\partial\langle a^2\rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(V\langle a^2\rangle + c^2 PQ\right) = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{V^2}{2} - c^2\langle n\rangle Q\right) = 0,$$

где $Q = 2v_s^2\langle a^2\rangle/((V - \langle v\rangle)^2 - v_s^2)$, $P = \langle n\rangle\langle a^2\rangle(V - \langle v\rangle)/((V - \langle v\rangle)^2 - v_s^2)$. Здесь учтено, что для относительно малых модуляций $q^2 \ll 1$. Система (4) допускает автомодельное решение с переменной $\xi = x/t$, которое в случае $v_s \ll \xi$ и $|V| \ll |\langle v\rangle|$ имеет простой вид: для параметров плазмы – $\langle n\rangle \sim \exp(-\langle v\rangle/v_s)$, $\langle v\rangle \approx \xi$, для поля – $\langle a^2\rangle \approx \langle a^2\rangle_\infty(1 - 4v_s^2c^2\langle n\rangle\langle a^2\rangle_\infty/\langle v\rangle^4)$, $V \approx V_\infty - 2v_s^2c^2\langle a^2\rangle\langle n\rangle/\langle v\rangle^3$, где $\langle a^2\rangle_\infty$, V_∞ – характеристики поля при $\xi \to \infty$.

Таким образом, квадрат амплитуды напряженности электрического поля a^2, усредненный по периоду λ, убывает с ростом плотности $\langle n\rangle$, что позволяет говорить об эффекте распределенного отражения электромагнитного поля в области линейной прозрачности плазмы вследствие модуляции профиля плотности с периодом, равным половине длины электромагнитной волны (3). Полученное решение представляет собой отражение Мандельштама – Бриллюэна, обобщенное на случай неоднородной и нестационарно движущейся плазмы.

По всей видимости, эффект самоограничения поля, предсказанный и численно рассчитанный в /2, 3, 6/ (стационарный случай), имеет такую же природу. Для случая дозвукового режима $|V| + \langle v\rangle < v_s$ электрозвуковые волны неустойчивы относительно длинноволновых возмущений /5/ и поле, осциллируя, возрастает с ростом плотности, достигая максимума вблизи критической плотности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гурович В.Ц., Карпман В.И. ЖЭТФ, 56, 1952 (1969).
2. Силин В.П. УФН, 145, 225 (1985).
3. Андреев Н.Е., Силин В.П., Силин П.В. ЖЭТФ, 79, 1293 (1980).
4. Уизем Дж. Б. Линейные и нелинейные волны. М., Мир, 1977, гл. 14.
5. Кудашев В.Р., Михайловский А.Б. ЖЭТФ, 90, 1656 (1986).
6. Андреев Н.Е. и др. Письма в ЖЭТФ, 31, 636 (1980).

Поступила в редакцию 16 июня 1987 г.