Краткие сообщения по физике № 10-1987 г.

УДК 530.145

ВЛИЯНИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ НА АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОНСТАНТ СВЯЗИ В МОДЕЛЯХ ЕДИНОЙ ТЕОРИИ

И.Л. Бухбиндер, В.Б. Вологодский, Ю.Ю. Вольфенгаут,
О.К. Калашников, И.Л. Шапиро

Для моделей O(N) и SU(N) единой теории с конформной квантовой гравитацией вычислены однопетлевые контрчлены и исследованы уравнения ренормгруппы для юкавских и скалярных констант связи. Показано, что учет квантовой гравитации сохраняет асимптотическую свободу теории при более слабых ограничениях на состав спинорных полей.

Открытие явления асимптотической свободы инициировало многочисленные исследования уравнений ренормгруппы в теории калибровочного поля Янга – Миллса, взаимодействующего с полями материи. Их результатом было создание ряда моделей единого взаимодействия /1,2/, обладающих асимптотической свободой и правильно воспроизводящих экспериментальную феноменологию физики низких энергий. Асимптотическая свобода по константе скалярной связи в этих моделях достигалась при сильных ограничениях на калибровочную группу и состав полей материи. Однако при высоких энергиях становится существенным учет взаимодействия с квантованным гравитационным полем и найденные ограничения могут измениться. В данной работе рассматриваются калибровочные модели полей материи, объединенные с конформно инвариантной теорией гравитации, которая содержит высшие производные и в отличие от эйнштейновской теории перенормируема. Действие имеет вид:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\,[(1/\lambda)C_{\alpha\beta\gamma\delta}C^{\alpha\beta\gamma\delta} - (1/4)\,G^a_{\mu\nu}G^{a\mu\nu} + (1/2)\,g^{\mu\nu}(D_\mu\varphi)^i(D_\nu\varphi)^i + i\bar\psi\gamma^\mu D_\mu\psi + (1/12)\,R\varphi^i\varphi^i - i\bar\psi h_i\psi\varphi^i - V(\varphi)], \tag{1}$$

где $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – тензор Вейля; R – скалярная кривизна; λ – константа, характеризующая гравитационное взаимодействие. Остальные обозначения в (1) общепринятые (см., напр., /3/).

Для получения уравнений ренормгруппы вычислялись однопетлевые контрчлены методом фонового поля /4,5/ в обобщенном формализме Швингера – де Витта /6/. Была также использована регуляризация, предложенная в /7,8/ и обобщенная в /3/, позволяющая сохранить (по крайней мере, в однопетлевом приближении) конформную инвариантность теории.

Однопетлевые расходимости в чисто гравитационном секторе не зависят от полей материи, поэтому уравнение ренормгруппы для константы λ можно получить, следуя /9/. Его решение для модели (1) имеет вид: $\lambda(t) = \lambda/(1 + \lambda a^2 t/(4\pi)^2$, где $a^2 = (796 + 12N_1 + 6N_{1/2} + N_0)/60$. Здесь N_s – число полей со спином s. Так как $a^2 > 0$, то по константе λ при любом мультиплетном составе полей в модели (1) имеет место асимптотическая свобода. В работе /9/ показано также, что учет гравитации не меняет ультрафиолетовую асимптотику калибровочного заряда g, которая по-прежнему определяется лишь полями материи $g^2(t) = g^2/(1 + \frac{g^2b^2}{(4\pi)^2}\,t)$ (величина b^2 определена в /1/). Что касается констант юкавского взаимодействия, то учет гравитации способствует их асимптотически свободному поведению, и в рассматриваемых ниже случаях они, как и в отсутствие гравитации, стремятся к нулю при больших t быстрее, чем g^2, так что их можно не учитывать при изучении асимптотического поведения скалярных констант.

Рассмотрим калибровочную теорию группы O(N), содержащую один скалярный мультиплет в фундаментальном представлении. В этом случае $V(\varphi) = (1/24)\,f(\varphi^i\varphi^i)^2$, $i = 1, 2, \ldots, N$. Уравнение для скалярной константы имеет вид

$$\frac{d\bar{f}}{d\tau} = \frac{N+8}{3}\ \bar{f}^2 - \bar{f}\,[3(N-1) + \frac{41}{8}k - b^2] + \frac{9(N-1)}{4} + \frac{5}{12}k^2, \tag{2}$$

где $\bar{f} = f/g^2$; $k = b^2/a^2$; $d\tau = g^2(t)\,dt/4\pi^2$; $a^2 = (6N^2 - 5N + 796)/60 + N(N-1)n_1/20 + Nn_2/10$; $b^2 = (22N - 45)/6 - 4(N-2)n_1/3 + 4n_2/3$; n_1, n_2 – числа фундаментальных и присоединенных представлений спинорных полей. Численный анализ уравнения (2) показывает, что асимптотическая свобода по константе f возможна лишь при $N \geqslant 7$, причем учет гравитации (учет в уравнении членов $\sim k$) не меняет это пороговое значение. Значения n_2, при которых теория является асимптотически свободной, приведены для нескольких значений N, n_1 в табл. 1.

Таблица 1

Допустимые значения n_2 для калибровочной теории группы O (N)

n_1 \ N	Без учета гравитации			С учетом гравитации		
	0	1	2	0	1	2
7	13	8	3	13	8	3
8	15,16	9,10	3,4	14,15,16	8,9,10	2,3,4
9	17,18,19	10,11,12	3,4,5	16,17,18,19	9,10,11,12	2,3,4,5

Как видно из табл. 1, с ростом N открываются новые возможности построения асимптотически свободных теорий большого объединения с более "бедным" набором спинорных мультиплетов.

Другой пример аналогичной теории построен ниже для группы SU(N). Эта модель содержит по одному мультиплету скаляров в фундаментальном (поля Φ^a) и в присоединенном (поле φ^i) представлениях.

$$V(\varphi,\Phi) = f_1(\Phi^a\Phi^a)^2/8 + f_2(\Phi^a D^m_{ab}\Phi^b\Phi^c D^m_{cd}\Phi^d)/8 - f_3(\Phi^a\Phi^a)(\overset{+}{\varphi}{}^i\varphi_i)/3 +$$
$$+ f_4(\Phi^a D^m_{ab}\Phi^b)(\overset{+}{\varphi}{}^i(\lambda^m)^i_j\varphi_j)/4 + f_5(\overset{+}{\varphi}{}^i\varphi_i)^2/2.$$

Система уравнений для зарядов $f_1, ..., f_5$ имеет стандартный вид:

$$d\bar{f}_1/d\tau = (N^2+7)\bar{f}_1^2 + 4\bar{f}_1\bar{f}_2\,(N^2-4)/N + 8\bar{f}_2^2(N^2-4)/N^2 + 2\bar{f}_3^2 N - \bar{f}_1(12N + 41k/8 - b^2) + 24 + 5k^2/36$$

$$d\bar{f}_2/d\tau = 4\bar{f}_2^2(N^2-15)/N + 12\bar{f}_1\bar{f}_2 + \bar{f}_4^2 - \bar{f}_2(12N + 41k/8 - b^2) + 3N$$

$$d\bar{f}_3/d\tau = 4\bar{f}_3^2 + 2\bar{f}_4^2(N^2-4)/N^2 + \bar{f}_1\bar{f}_3(N^2+1) + 2\bar{f}_2\bar{f}_3(N^2-4)/N + 2\bar{f}_3\bar{f}_5(N+1) -$$
$$- \bar{f}_3(3(3N^2-1)/N + 41k/8 - b^2) + 6 + 5k^2/36$$

$$d\bar{f}_4/d\tau = \bar{f}_4^2(N^2-12)/N + 2\bar{f}_1\bar{f}_4 + 2\bar{f}_2\bar{f}_4(N^2-8)/N + 8\bar{f}_3\bar{f}_4 + 2\bar{f}_4\bar{f}_5 - \bar{f}_4(3(3N^2-1)/N +$$
$$+ 41k/8 - b^2) + 3N \tag{3}$$

$$d\bar{f}_5/d\tau = 2\bar{f}_5^2(N+4) + \bar{f}_3^2(N^2-1) + \bar{f}_4^2(N^2-4)(N-1)/2N^2 - \bar{f}_5(6(N^2-1)/N + 41k/8 - b^2) +$$
$$+ 3(N-1)(N^2+2N-2)/2N^2 + 5k^2/36,$$

где $\bar{f}_\alpha = f_\alpha/g^2$; $\alpha = 1, ..., 5$; $k = b^2/a^2$; $a^2 = (13N^2 + 2N + 783)/60 + ((N^2-1)n_1 + Nn_2)/10$; $b^2 = (21N - 1 - 4Nn_1 - 2n_2)/3$.

Численный анализ показывает, что асимптотическая свобода для данной модели возможна лишь при $N \geqslant 8$, причем учет гравитации, как и в модели O(N), не меняет пороговое значение N. Асимптотическое свободное поведение констант скалярного взаимодействия достигается при определенном наборе n_i спинорных полей, причем только при $N \geqslant 13$ учет гравитации изменяет допустимые значения n_i. Соответствующие значения n_i для N = 13, 14 приведены в табл. 2.

Таблица 2

Допустимые значения n_2 для калибровочной теории группы SU(N)

	Без учета гравитации						С учетом гравитации					
$N \backslash n_1$	0	1	2	3	4	5	0	1	2	3	4	5
13	129–136	103–110	77–84	51–58	25–32	0–6	128–136	102–110	76–84	50–58	24–32	0–6
14	138–146	110–118	82–90	54–62	26–34	0–6	137–146	109–118	81–90	52–62	25–34	0–6

Из табл. 2 видно, что при $N \geqslant 13$ открываются новые возможности в выборе n_i, для которых асимптотическая свобода достигается за счет гравитационного взаимодействия при более "бедном" наборе спинорных полей.

Результаты работы показывают, что учет гравитационного взаимодействия ослабляет ограничения, накладываемые на мультиплетный состав полей асимптотически свободных теорий единого взаимодействия и позволяет строить такие модели с более "экономным" составом спинорных полей.

Авторы благодарны Е.С. Фрадкину, обратившему внимание на рассматриваемую проблему, а также А.О. Барвинскому, Г.А. Вилковыскому, И.В. Тютину и А.А. Цейтлину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cheng T.P., Eichten E., Li L.–F. Phys. Rev., 9D, 2259 (1974); Воронов Б.Л., Тютин И.В. ЯФ, 23, 664 (1976).
2. Fradkin E.C., Kalashnikov O.K. Phys. Lett., 64B, 177 (1976).
3. Бухбиндер И.Л. и др. Препринт ФИАН № 49, М., 1987.
4. De Witt B.S. Phys. Rev., 162, 1195 (1967).
5. Арефьева И.Я., Славнов А.А., Фадеев Л.Д. ТМФ, 21, 311 (1974).
6. Barvinsky A.O., Vilkovisky G.A. Phys. Reports, 119, 1 (1985).
7. Engelert F., Truffin C., Gastmans R. Nucl. Phys., B117, 407 (1976).
8. Fradkin E.S., Vilkovisky G.A. Phys. Lett., 73B, 209 (1978).
9. Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Nucl. Phys., B201, 469 (1982).

Поступила в редакцию 3 июля 1987 г.