Краткие сообщения по физике № 10-1986 г.

УДК 533.9

СТАЦИОНАРНЫЕ ЭЛЕКТРОЗВУКОВЫЕ p–ПОЛЯРИЗОВАННЫЕ ВОЛНЫ В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

О.Н. Крохин, С.П. Цыбенко

Исследованы нелинейные уравнения электродинамики для p-поляризованного электромагнитного поля с учетом эффектов пространственной дисперсии и движения плазмы. Найдены стационарные периодические решения уравнений, а в случае скинирующегося поля – солитонное решение.

Взаимодействие высокочастотного поля, как продольного электрического /1,2/, так и поперечного электромагнитного /3/, с бесстолкновительной неизотермической плазмой может приводить к образованию связанных структур поля и плазмы – стационарных электрозвуковых волн (в терминологии, принятой в /3/). Вид электрозвуковых волн определяется амплитудой поля: для относительно малых амплитуд, когда необходимо принять во внимание нелинейность уравнений движения плазмы, существуют решения /4,5/, а в случае больших амплитуд при учете релятивистской зависимости массы электрона – решения /6–9/.

Далее рассматриваются электрозвуковые волны, у которых высокочастотное электромагнитное поле имеет компоненты волнового вектора и электрического поля, направленные как вдоль, так и поперек градиента плотности плазмы.

Представим поле электромагнитной волны с частотой ω в виде

$$\tilde{\mathbf{E}} = \mathrm{Re}\left\{[\mathbf{e}_x E_x(x,t) + \mathbf{e}_y E_y(x,t)]\exp[i(\varphi(x,t) + k_y y - \omega t)]\right\},$$

где $\mathbf{e}_x$ – единичный вектор, совпадающий с направлением градиента плотности плазмы; $\mathbf{e}_y \perp \mathbf{e}_x$; k_y – заданное волновое число; E_x, E_y и φ – действительные амплитуды и фаза. Для амплитуды $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_x E_x + \mathbf{e}_y E_y)\exp[i(\varphi + k_y y)]$ в приближении, предложенном в /10/, имеем уравнение

$$\omega^2 \epsilon \mathbf{E} - c^2[\nabla[\nabla \mathbf{E}]] + 2i\omega\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + v_T^2\frac{\omega_p^2}{\omega^2}[\nabla^2\mathbf{E} + 2\nabla(\nabla\mathbf{E})] = 0, \tag{1}$$

где $\epsilon = 1 - 4\pi Ze^2 n/m_e\omega^2$ – диэлектрическая проницаемость плазмы с ионной плотностью n и эффективным зарядом Z; $\omega_p = (4\pi Ze^2 n_0/m_e)^{1/2}$ – электронная плазменная частота; $v_T = (T/m_e)^{1/2}$ – тепловая скорость электронов.

Для одномерного стационарного решения в системе отсчета, связанной с невозмущенной плазмой, введем переменную $\xi = x - Vt$, где V – постоянная скорость, и сделаем упрощение, предположив (см., напр., /3/), что фаза $\varphi = k_x x + \Omega t + \psi$, где k_x и Ω – волновое число и малая по сравнению с ω частота, $\psi = \mathrm{const}$. Из условия разрешимости однородных уравнений для $dE_x/d\xi$ и $dE_y/d\xi$, следующих из (1), получим, пренебрегая малыми членами порядка v_T^2/c^2,

$$k_x = \frac{\omega^3 V}{6\omega_p^2 v_T^2} + \left[\frac{\omega^2 c^2 k_y^2}{12\omega_p^2 v_T^2} + \left(\frac{\omega^3 V}{6\omega_p^2 v_T^2}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{2}$$

При $c^2 k_y^2/\omega^2 \ll \omega^2 V^2/(3\omega_p^2 v_T^2) \lesssim m_e/m_i$ (m_i – масса иона) стационарные решения уравнения (1) соответствуют ленгмюровским солитонам /7/.

Рассмотрим случай $ck_y/\omega \gg (m_e/m_i)^{1/2}$. Из (2) видно, что резонансное взаимодействие электронов с волной не играет большой роли, когда $c^2 k_y^2/\omega^2 \ll 4$. Для амплитуд E_y и $E_x' = (2\sqrt{3}\,\omega_p v_T/(\omega c))\,E_x$ из (1), пренебрегая малыми членами порядка $(m_e/m_i)^{1/2}$, получим

$$\frac{3\omega_p^2 v_T^2}{\omega^4}\left(\frac{d^2 E_x}{d\xi^2} + 4\,\frac{d^2 E_y}{d\xi^2}\right) + \left(\epsilon - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right) E_x' + \frac{12 v_T^2 \omega_p^2}{c^2\omega^2}\left(\epsilon - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right) E_y = 0, \tag{3}$$

$$\frac{12\omega_p^2 v_T^2}{\omega^4}\,\frac{d^2 E_y}{d\xi^2} + \frac{12\omega_p^2 v_T^2}{\omega^2 c^2}\left(\epsilon - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right) E_y + \frac{c^2 k_y^2}{\omega^2}\,(E_x' - E_y) = 0. \tag{4}$$

Решение системы (3), (4) ищем в приближении, когда первые два члена в уравнении (4) малы по сравнению с $(c^2 k_y^2/\omega^2)E_x'$, $(c^2 k_y^2/\omega^2)E_y$. Тогда (4) заменим условием

$$E_y = E_x'. \tag{5}$$

Замена уравнения (4) условием (5) приведет к ограничению амплитуды электрозвуковой волны сверху. Окончательно для амплитуды E_x, подставляя (5) в (3) и пренебрегая малыми членами порядка $3v_T^2/c^2$, имеем следующее уравнение:

$$\frac{15 v_T^2 \omega_p^2}{\omega^4}\,\frac{d^2 E_x}{d\xi^2} + \left(\epsilon - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right) E_x = 0. \tag{6}$$

Выделим в диэлектрической проницаемости линейный и нелинейный члены: $\epsilon = \epsilon_0 - \omega_p^2 \delta n/(\omega^2 n_0)$, $\epsilon_0 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$, $\delta n = \delta n(|E|^2)$. Зависимость возмущений плотности δn от квадрата амплитуды поля $|E|^2$ обусловлена пондеромоторной силой, действующей на плазму со стороны высокочастотного поля. Необходимо заметить, что звуковые движения плазмы здесь считаются квазинейтральными. В этом случае уравнения движения дают (см., напр., /11/)

$$\delta n/n_0 = -(\omega_p^2/\omega^2)|E|^2/(16\pi n_0 ZT(1 - M^2)) \ll 1, \tag{7}$$

где $M^2 = m_i V^2/ZT$.

Вводя безразмерные переменные $a^2 = E_x^2/(16\pi n_0 T)$, $\tau^2 = \omega^4 \xi^2/(15\omega_p^2 v_T^2)$ и подставляя (7) в (6), получим

$$\frac{d^2 a}{d\tau^2} + \left(\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right) a + \frac{\omega_p^4}{\omega^4}\,\frac{a^3}{1 - M^2} = 0. \tag{8}$$

Решение уравнения (8) имеет вид:

$$a^2 = (1 - M^2)\,\frac{\omega^4}{\omega_p^4}\,[A^2 - (A^2 - B^2)\mathrm{sn}^2(2^{-1/2} A\tau, q)], \tag{9}$$

где $A^2 = C + [C^2 + 4E_0(1 - M^2)\omega^4/\omega_p^4]^{1/2}$; $B^2 = C - [C^2 - 4E_0(1 - M^2)\omega^4/\omega_p^4]^{1/2}$; $C = |\epsilon_0 - c^2 k_y^2/(4\omega^2) - 2\Omega/\omega|$; $q^2 = (A^2 - B^2)/A^2$, постоянная $E_0 > 0$.

В частности, при $q = 1$ получим солитонное решение

$$a^2 = 2(1 - M^2)\,\frac{\omega^4}{\omega_p^4}\left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right| \mathrm{sech}^2\left[\left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\,\frac{\Omega}{\omega}\right|^{1/2} \tau\right]. \tag{10}$$

Теперь очевидно, что замена уравнения (4) условием (5) справедлива, если для квадрата амплитуды a_m^2 солитона (10) выполняется неравенство $a_m^2 \ll c^2 k_y^2/\omega^2$. При этом характерный масштаб неоднородности $L = \left[15\omega_p^2 v_T^2 \Big/ \left(\omega^4 \left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\frac{\Omega}{\omega}\right|\right)\right]^{1/2}$, определяемый (10), связан с амплитудой a_m, и для L также имеем условие

$$15\omega_p^2 v_T^2/(\omega^2 c^2 k_y^2) \ll L^2, \tag{11}$$

которое распространяется в целом на решение (9) и имеет простой смысл: модуляции поля по координате y должны иметь меньший период, чем L. В обратном пределе, когда характерный масштаб неоднородности амплитуды поля по координате x меньше периода поперечных модуляций, для амплитуды E_x имеем такое же решение, как и в случае ленгмюровских солитонов, а для волнового числа k_x – дисперсионное соотношение (2).

Случай с $M^2 \approx 1$ требует особого рассмотрения (см., напр., /5/). При этом $\delta n/n_0 = -(1-M^2)/2 + [(1-M^2)^2/4 - \omega_p^2 a^2/\omega^2]^{1/2}$, и для солитона имеем:

$$a = 6\,\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\frac{\Omega}{\omega}\right| \mathrm{th}\left[2\left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\frac{\Omega}{\omega}\right|^{1/2}\tau\right]\mathrm{sech}\left[2\left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\frac{\Omega}{\omega}\right|^{1/2}\tau\right],$$

$$1 - M^2 = 6\left|\epsilon_0 - \frac{c^2 k_y^2}{4\omega^2} - 2\frac{\Omega}{\omega}\right|\frac{\omega^2}{\omega_p^2}. \tag{12}$$

Область существования решений (9), (12) ограничена условием $\epsilon_0 < c^2 k_y^2/(4\omega^2) + 2\Omega/\omega$, причем $|\epsilon_0 - c^2 k_y^2/(4\omega^2) - 2\Omega/\omega| \ll 1$. Следовательно, решения (9), (12) существуют при $\epsilon_0 \approx c^2 k_y^2/(4\omega^2) + 2\Omega/\omega$, в отличие от случая ленгмюровских солитонов малой амплитуды, когда $\epsilon_0 \approx 2\Omega/\omega$.

Таким образом, получен новый тип решений (9), (11) для р-поляризованных стационарных волн с законом дисперсии (2). В найденных решениях существуют высокочастотное магнитное поле $\widetilde{H}_z = \frac{c}{\omega}\,\mathrm{Re}\left\{\left[\frac{\omega^3 V}{6\omega_p^2 v_T^2}\,E_y - i\,\frac{\partial E_y}{\partial x}\right]\exp[i(\varphi + k_y y - \omega t)]\right\}$ и потоки электромагнитной энергии как в направлении градиента плотности плазмы, так и в перпендикулярном направлении. Отношение плотностей потоков энергии $S_x/S_y = E_y/E_x = 2\sqrt{3}\,\omega_p v_T/(\omega c)$, а сами величины потоков пропорциональны V.

Авторы благодарны В.П. Силину за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рудаков Л.И. ДАН СССР, **207**, 821 (1972).
2. Дегтярев Л.М., Захаров В.Е., Рудаков Л.И. ЖЭТФ, **68**, 115 (1975).
3. Гурович В.Ц., Карпман В.И. ЖЭТФ, **56**, 1952 (1969).

4. Nishikawa K., Mima K., Ikezi H. Phys. Rev. Lett., 35, 726 (1975).
5. Андреев Н. Е., Силин В. П., Силин П. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 52 (1983).
6. Цинцадзе Н. Л., Цхакая Д. Д. ЖЭТФ, 72, 480 (1977).
7. Литвак А. Г. В сб. Вопросы теории плазмы, вып. 10, М., Атомиздат, 1980, с. 184.
8. Алиев Ю. М., Кузнецов С. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 12 (1985).
9. Крохин О. Н., Цыбенко С. П. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 22 (1985).
10. Андреев Н. Е. Докторская диссертация. М., 1984, с. 141.
11. Силин В. П. УФН, 145, 225 (1985).

Поступила в редакцию 29 мая 1986 г.