

РАВНОВЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В МАГНЕТРОННОЙ ПУШКЕ

А.В. Агафонов, Д.Б. Орлов

В рамках кинетического описания показана возможность существования в релятивистской магнетронной пушке множества равновесных состояний электронного потока, в том числе плавно переходящих в гидродинамический бриллюэновский поток.

В начальной стадии работы в релятивистском магнетроне формируется магнитоизолированный вращающийся поток электронов. Предположим, что в режиме формирования электроны не взаимодействуют с ВЧ волнами и рассмотрим магнетронную пушку с гладким анодом, представляющую собой коаксиальный диод, находящийся в однородном магнитном поле.

Обычно для описания потока используется либо гидродинамическая модель, в которой предполагается, что электроны дрейфуют параллельно поверхности электродов со скоростью $v \sim cE_r/B_z$ [1-3], либо кинетическая (двухскоростная) модель, в которой движение электронов происходит по циклоидальным траекториям, начинающимся и заканчивающимся на катоде [4-6]. В последнем случае, независимо от того, какую конфигурацию имеет диод (плоскую, цилиндрическую, коническую), предполагается, что каждый электрон совершает один оборот по циклоиде. Можно показать, что в плоском диоде в точке поворота электрона поперечный импульс p_{\perp} и результирующая сила, обусловленная собственными и внешними электрическими и магнитными полями, одновременно обращаются в нуль. В вершине траектории при этих условиях можно "пришить" как нисходящую симметричную траекторию, что обычно и делается, так и восходящую ветвь до следующей точки поворота, в которой $p_{\perp} = 0$, и затем симметрично продолжить траекторию в сторону катода. Поток с такими траекториями электронов также удовлетворяет исходной постановке и является одним из многих (таких комбинаций восходящих и нисходящих траекторий можно задавать произвольное число) равновесных состояний, хотя обычно ограничиваются рассмотрением только "нижних" состояний с возвратом электронов на катод после первого обращения p_{\perp} в нуль.

Как будет показано ниже, в коаксиальном диоде цилиндрическая геометрия снимает вырождение: в точке, где $p_{\perp} = 0$ существует возвращающая сила, направленная в сторону катода, т.е. исчезает возможность произвольного искусственного "пришивания" траекторий.

Постановка задачи. Пусть в стационарном состоянии электронный поток, однородный в θ - и z -направлениях, заполняет промежуток от $r = R_k$ до $r = r_e \leq R_a$, где $R_k \leq r_e \leq R_a$ — радиусы катода, внешней границы потока и анода соответственно. К диоду, помещенному во внешнее однородное магнитное поле B_{z0} , приложено напряжение V_0 .

Функцию распределения электронов выберем в виде

$$f = f_0 \delta(H - H_0) \delta(P_{\theta} - M) \delta(P_z - P_0), \quad (1)$$

где $H = (m^2 c^4 + c^2 p^2)^{1/2} + e\varphi$, $P_{\theta} = r(p_{\theta} + eA_{\theta}/c)$ и $P_z = p_z + eA_z/c$ — гамильтониан и обобщенные импульсы электрона, f_0 , H_0 , M и P_0 — постоянные. Вычисляя по функции распределения (1) плотности тока и заряда, получаем

$$\rho_e = -\partial\psi/\partial(e\varphi), \quad j_r = \pm ef_0/r, \quad j_{\theta} = \partial\psi/\partial(eA_{\theta}/c), \quad j_z = \partial\psi/\partial(eA_z/c),$$

где

$$\psi = (ef_0/r) [(H_0 - e\varphi)^2/c^2 - m^2 c^2 - (M/r - eA_{\theta}/c)^2 - (P_0 - eA_z/c)^2]^{1/2}.$$

Произвольные постоянные потенциалов φ , A_θ и A_z выберем в соответствии с условиями $H_0 = P_0 = M = 0$, чтобы энергия (релятивистский фактор) и импульсы электрона были связаны с потенциалами зависимостями

$$mc^2 \gamma = -e\varphi, \quad p_\theta = -eA_\theta/c, \quad p_z = -eA_z/c = 0.$$

Тогда на поверхности катода $r = R_k$ должны выполняться граничные условия $-e\varphi(R_k) = mc^2$, $A_\theta(R_k) = 0$, а на поверхности анода $-e\varphi(R_a) = mc^2 + eV_0$. При этом $E = -\nabla\varphi = (E_r, 0, 0)$, $B = \text{rot}A = (0, 0, B_z)$, $A = (0, A_\theta, 0)$, $v = (v_r, v_\theta, 0)$.

Нормируя потенциалы на энергию покоя электрона, получаем для безразмерных потенциалов следующую систему уравнений:

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \frac{x d\gamma}{dx} = \begin{cases} (f_0/x) \gamma \sqrt{\gamma^2 - A^2 - 1}, & x_k \leq x \leq x_e, \\ 0, & x_e < x \leq 1, \end{cases}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \frac{d(xA)}{dx} \right) = \begin{cases} (f_0/x) A \sqrt{\gamma^2 - A^2 - 1}, & x_k \leq x \leq x_e, \\ 0, & x_e < x \leq 1, \end{cases} \quad (2)$$

где $x = r/R_a$, $A = eA_\theta/mc^2$.

Система (2) решалась численно с высокой точностью со следующими граничными условиями: $\gamma(1) = \gamma_0 = 1 + eV_0/mc^2$, $\gamma(x_k) = 1$, $d\gamma/dx(x_k) = 0$ (условие ограничения эмиссии пространственным зарядом), $A(x_k) = 0$, $A(1) = A_0$. Поскольку время диффузии магнитного поля сквозь стенки диода существенно больше длительности импульса напряжения, потребуем сохранения магнитного потока в ускоряющем промежутке:

$$\Phi = 2\pi \int_{R_k}^{R_a} B_z r dr = \pi B_{z0} (R_a^2 - R_k^2) = \text{const}. \quad (3)$$

Поскольку $B_z = (1/r) d(rA_\theta)/dr$, с учетом (3) граничное условие для $A(1)$ можно записать в виде: $A_0 = (eB_{z0}R_a/2mc^2) (1 - R_k^2/R_a^2)$.

Основные результаты. Анализ уравнений (2) показывает, что при фиксированном напряжении V_0 каждому заданному значению внешнего магнитного поля B_{z0} соответствует множество равновесных состояний, отличающихся структурой траекторий электронов и величиной тока эмиссии электронов с катода.

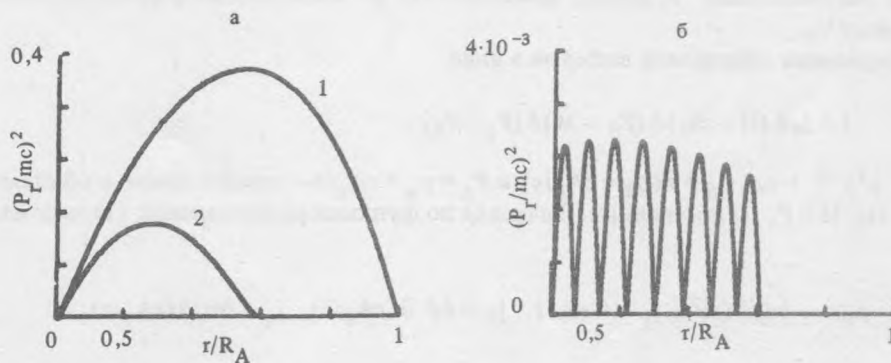


Рис. 1. Зависимости квадрата радиального импульса электрона от радиуса для различных видов траекторий: а – при $k = 1$ ($1 - B_{z0} = B_{кр}$; $2 - B_{z0} > B_{кр}$); б – при $k = 8$ и $B_{z0} > B_{кр}$.

На рис. 1 показано, как меняется по радиусу квадрат безразмерного радиального импульса электронов $(p_r/mc)^2$ в двух возможных стационарных состояниях. На рис. 1а приведены две траектории для двух значений магнитного поля, одна из которых (1) соответствует режиму полного заполнения, когда граница электронного слоя касается анода (граница магнитной изоляции $V_{z0} = V_{кр}$), а вторая (2) – предельному магнитному полю $V_{пр} > V_{кр}$, выше которого не существует решений с одним максимумом ($k = 1$). Последний случай выделен условием равенства нулю p_r и результирующей силы в точке поворота. На рис. 1б показана аналогичная зависимость при том же самом магнитном поле $V_{пр}$, но для более сложной траектории электрона ($k = 8$).

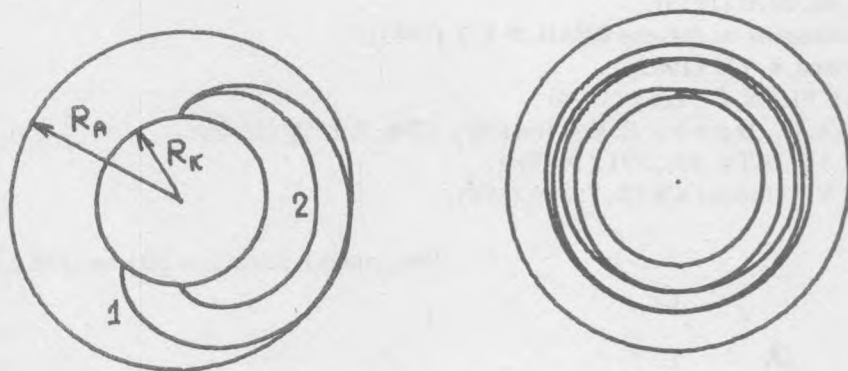


Рис. 2. Траектории электронов в плоскости (r, θ) в самосогласованных полях. Обозначения те же, что на рис. 1.

При $k = 1$ электрон, вышедший с катода, смещается по азимуту на угол меньше, чем 2π до того, как попасть обратно на катод, а при $k = 8$ он совершает уже более четырех оборотов (рис. 2). С увеличением k растет число оборотов электрона вокруг катода и, соответственно, время пребывания отдельного электрона в ускоряющем промежутке. В результате должен соответствующим образом уменьшиться ток эмиссии. При $k \gg 1$ структура электронного потока приближается к бриллюэновской. Об этом свидетельствует и уменьшение величины p_r (ср. масштабы на рис. 1а и б), т.е. полная энергия частицы распределяется, в основном, между азимутальным движением и потенциальной энергией.

На рис. 3 приведены расчетные зависимости радиуса электронного слоя $x_e = r_e/R_a$ и безразмерного тока эмиссии электронов с катода от V_{z0} при $\gamma_0 = 3$ и различных значений k . Каждому значению V_{z0} соответствует множество равновесных состояний, отличающихся величиной тока эмиссии. На рис. 3а показаны только зависимости для $k = 1$ и $k = 2$. Зависимости для больших k лежат ниже и прижимаются к зависимости для бриллюэновского гидродинамического потока (см., напр., /7/), показанной жирной линией. Все кинетические решения лежат выше гидродинамического и стремятся к нему с увеличением k . Таким образом происходит смыкание кинетического и гидродинамического описаний.

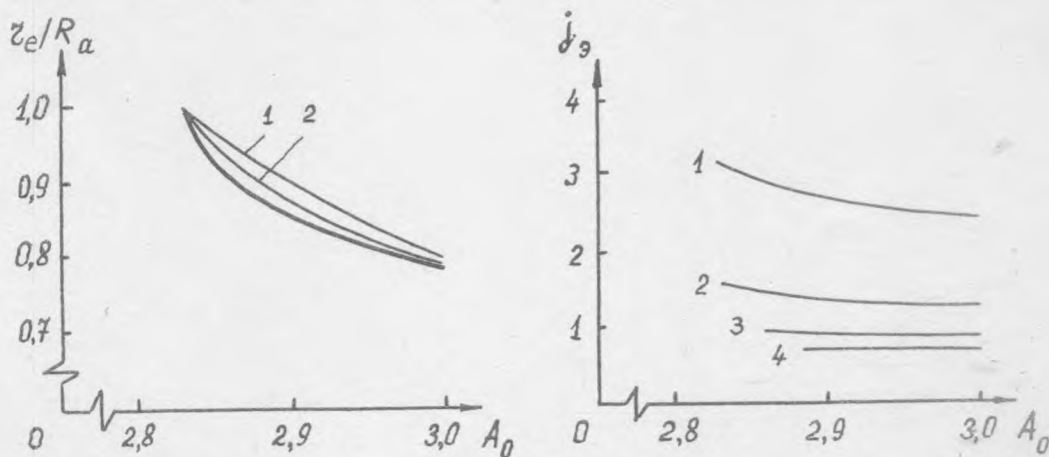


Рис. 3. Зависимости внешнего радиуса электронного слоя (а) и тока эмиссии в относительных единицах (б) от внешнего магнитного поля при $R_k/R_a = 0,5$ для различных значений k , указанных на рисунках цифрами.

Согласно полученным результатам, выбор равновесного состояния однозначно определяется величиной тока эмиссии, которая устанавливается в диоде и управлять которой невозможно. Она зависит от предыстории, т. е. от характера нестационарного процесса эмиссии и создания электронного потока, в том числе, и от реальной эмиссионной характеристики катода, определяемой условиями формирования и свойствами прикатодной плазмы, а также от токов утечки, существующих в реальных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Creedon J. M. J. Appl. Phys., **48**, 1070 (1977).
2. Агафонов А. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 8, 3 (1982).
3. Агафонов А. В. Физика плазмы, **8**, 925 (1982).
4. Lovelace R. V., Ott E. Phys. Fluids, **17**, 1263 (1974).
5. Агафонов А. В., Лебедев А. Н., Орлов Д. Б. Письма в ЖТФ, **7**, 1258 (1981).
6. Воронин В. С., Лебедев А. Н. ЖТФ, **43**, 2591 (1973).
7. Агафонов А. В., Орлов Д. Б. Письма в ЖТФ, **7**, 699 (1981).

Поступила в редакцию 30 мая 1986 г.