

## ВЫРОЖДЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ БЕТАТРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В УСЛОВИЯХ ДАЛЬНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ФОКУСИРОВКИ

Е.М. Мороз, К.Н. Шорин

*В условиях дальнедействующей фокусировки возможно сильное вырождение резонансов бетатронных колебаний, приводящее к разрежению сетки резонансных линий и ослаблению допусков на параметры ускорителя или накопителя заряженных частиц.*

В [1] показано, что при чередовании показателя  $n$  спада магнитного поля в секторах слабофокусирующего ( $0 < n < 1$ ) рейстрекса допустимо увеличение длин  $l$ , свободных от фокусирующих и дефокусирующих линз прямолинейных промежутков между секторами. Поскольку фокусировка заряженных частиц в рейстрексе осуществляется магнитным полем в секторах, увеличение допустимых расстояний  $l$  между секторами названо увеличением дальнедействия фокусировки, а сама фокусировка, обеспечиваемая чередованием значений  $n$ , названа дальнедействующей.

В простейшем случае чередования  $n$ , когда количество магнитных секторов  $N$  четное,  $n = n_1$  в нечетных секторах и  $n = n_2$  — в четных ( $0 \leq n_1 \leq n_2 \leq 1$ ), область устойчивости бетатронных колебаний расширяется и расщепляется на две части, одну из которых, соответствующую большим допустимым значениям  $l$ , мы называем областью дальнедействия. Очевидно, что при простом чередовании  $n$  число периодов магнитной структуры равно половине числа  $N$  магнитных секторов.

В настоящей работе кратко изложены результаты рассмотрения резонансов бетатронных колебаний заряженных частиц в слабофокусирующем рейстрексе в условиях дальнедействующей фокусировки.

Частота  $\omega$  бетатронных колебаний ( $\omega = \omega_z$  для вертикальных и  $\omega = \omega_r$  для радиальных) связана с величиной  $l$  соотношением

$$\frac{l}{r} = \frac{c_1}{\kappa_1 s_1} + \frac{c_2}{\kappa_2 s_2} - \operatorname{sgn} \left( \sin \frac{4\pi Q}{N} \right) \sqrt{\frac{1}{\kappa_1^2 s_1^2} + \frac{1}{\kappa_2^2 s_2^2} + \frac{2 \cos(4\pi Q/N)}{\kappa_1 s_1 \kappa_2 s_2}}, \quad (1)$$

где

$$\frac{N}{4} - \frac{N}{4\pi} \operatorname{sgn}(N-3) \left\{ \pi - \arccos \left[ c_1 c_2 - \left( \frac{\kappa_1}{\kappa_2} + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \right) \frac{s_1 s_2}{2} \right] \right\} \leq Q \leq \frac{N}{2}. \quad (2)$$

Здесь и далее  $Q = \omega/\omega_0$ ;  $Q_z = \omega_z/\omega_0$ ;  $Q_r = \omega_r/\omega_0$ ;  $c_{1,2} = \cos(2\pi\kappa_{1,2}/N)$ ;  $s_{1,2} = \sin(2\pi\kappa_{1,2}/N)$ ;  $\kappa_{1,2} = \sqrt{n_{1,2}}$  для вертикальных и  $\kappa_{1,2} = \sqrt{1 - n_{1,2}}$  для радиальных бетатронных колебаний;  $r$  — радиус кривизны орбиты в магнитных секторах;  $\omega_0$  — частота обращения заряженной частицы по замкнутой равновесной орбите. При дополнительном условии

$$n_1 + n_2 = 1 \quad (3)$$

имеет место неопасный в рейстрексе разностный второго порядка резонанс связи бетатронных колебаний  $Q_z - Q_r = 0$ .

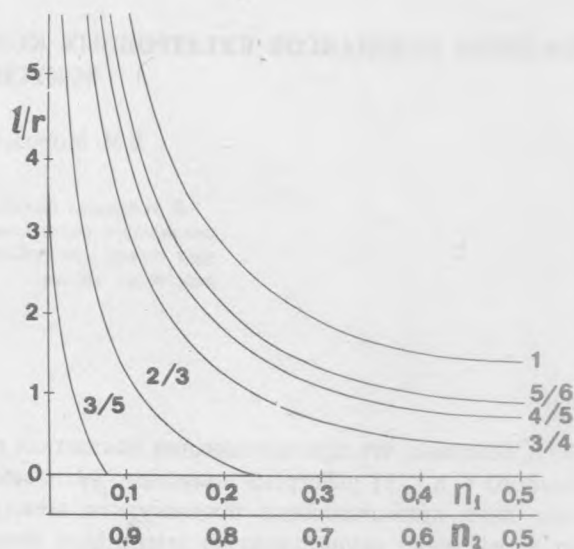
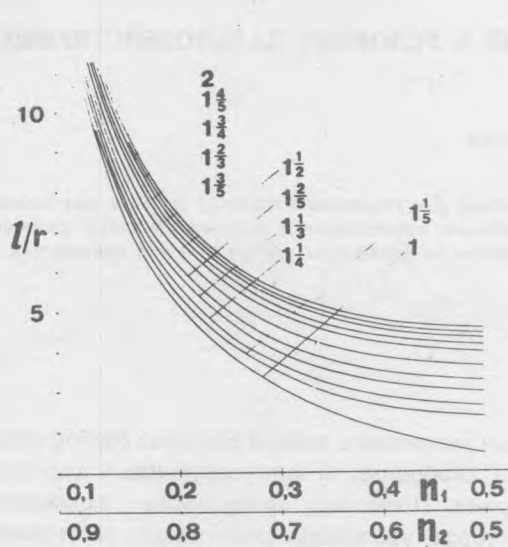


Рис. 1. Линии резонансов бетатронных колебаний в области дальнего действия фокусировки для четырехсекторного рейстрека. Числами на кривых указаны значения  $Q$ .

Рис. 2. Линии резонансов бетатронных колебаний для двухсекторного рейстрека с дальнедействующей фокусировкой. Числами на кривых указаны значения  $Q$ .

На рис. 1 представлена область дальнего действия фокусировки для четырехсекторного рейстрека. Она совпадает с частью области устойчивости, соответствующей значениям  $Q$  в пределах  $1 < Q < 2$ . Ее пересекают линии наиболее важных резонансов бетатронных колебаний, вычисленные по формулам (1)–(3) для  $N = 4$ . Видно, что картина совершенно непохожа на привычные сетки резонансных линий (см., напр., [2]). Условие (3) приводит к резкому вырождению резонансов, к слиянию многих резонансных линий в одну линию. Обычная формула резонансов  $k_Z Q_Z + k_R Q_R = k_0$  ( $k_Z, k_R, k_0$  – целые числа,  $|k_Z| + |k_R|$  – порядок резонанса) упрощается и принимает вид  $Q = k_0/k$  ( $k$  и  $k_0$  – положительные целые,  $k$  – вырожденный порядок резонанса).

Вырождение резонансов проявляется еще более резко в двухсекторном рейстреке в условиях дальнедействующей фокусировки. На рис. 2 представлены резонансные линии, вычисленные по формулам (1)–(3) для  $N = 2$ . Рассмотрим пример.

Нелинейный резонанс третьего порядка вертикальных бетатронных колебаний  $3Q_Z = 2$ , аналогичный ему нелинейный резонанс радиальных бетатронных колебаний  $3Q_R = 2$ , суммовые резонансы связи третьего порядка  $2Q_Z + Q_R = 2$ ,  $Q_Z + 2Q_R = 2$ , суммовый резонанс связи шестого порядка  $3Q_Z + 3Q_R = 4$ , а также разностные резонансы связи пятого и более высоких порядков  $-Q_Z + 4Q_Z = 2$ ,  $-2Q_Z + 5Q_R = 2$  и т.д.,  $4Q_Z - Q_R = 2$ ,  $5Q_Z - 2Q_R = 2$  и т.д. – все эти резонансы, обычно дающие густую сетку взаимно пересекающихся в различных точках резонансных линий, теперь, благодаря условию (3), слились в одну резонансную линию  $Q = 2/3$ .

В рассмотренном примере все перечисленные резонансы, кроме разностных, являются опасными в рейстреке, могущими привести к потерям интенсивности пучка ускоренных частиц. Сильное вырождение и связанное с этим явление разрежения резонансной сетки, увеличение расстояний между резонансными линиями, является, несомненно, полезным свойством дальнедействующей фокусировки, ее положительной особенностью. Оно приводит к упрощению выбора рабочих значений параметров  $n_1$  и  $l/r$  и облегчает требования к точности поддержания выбранных значений параметров.

Наглядной иллюстрацией того, насколько сильно вырождаются резонансы, может служить рис. 3, на котором для  $N = 2$  представлена в координатах  $Q_r, Q_z$  обычная сетка (см., напр., /3/) линий вертикальных, радиальных и суммовых резонансов, вычисленная здесь до пятого порядка включительно. В условиях дальнодействующей фокусировки, в соответствии с соотношениями (1) – (3), вся эта сетка резонансных линий вырождается. Она превращается в несколько точек, выделенных на рис. 3 и соединенных утолщенной линией.

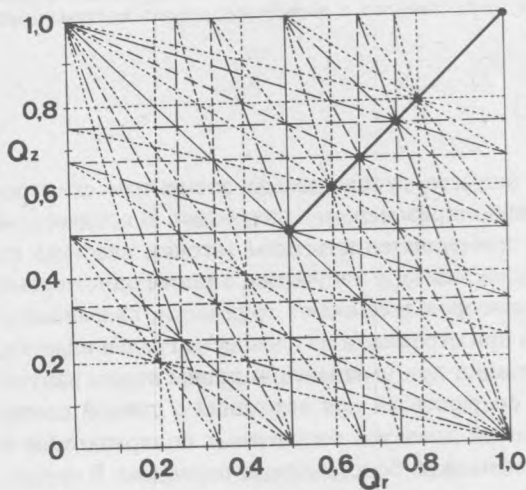


Рис. 3. Сетка линий резонансов бетатронных колебаний и ее вырождение в двухсекторном рейстреке с дальнодействующей фокусировкой. Тонкими сплошными, штриховыми, штрихпунктирными и пунктирными линиями изображены соответственно резонансы первого и второго, третьего, четвертого, пятого порядков. Точки на утолщенной линии – результат вырождения сетки резонансов при условии (3).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мороз Е. М., Шорин К. Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 9, 14 (1986).
2. Артемьева З. Л. и др. Приборы и техника эксперимента, № 1, 12 (1968).
3. Коломенский А. А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц. М., МГУ, 1980, с. 304.

Поступила в редакцию 10 июня 1986 г.