Краткие сообщения по физике № 11-1986 г.

УДК 517.946.4

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ И СУПЕРСИММЕТРИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИ КВАНТОВАННОЙ НЕАБЕЛЕВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

И.Н. Малиев

Показано, что учет радиационных поправок в пределе стремления к нулю калибровочного параметра ведет к нарушению группы суперсимметрии и появлению расходящейся продольной части у двухточечной неравновесной функции Грина неабелевого калибровочного поля.

Метод стохастического квантования в квантовой теории поля /1/ представляет интересную альтернативу стандартному квантованию полей. Применение этого метода к калибровочным теориям породило многочисленные исследования в этой области /2,3/. В работах /4/ было обнаружено, что производящий функционал функций Грина (ФГ) d + 1-мерной (неравновесной) теории обладает суперсимметрией. В /5/ было показано, что в d + 1-мерной скалярной теории суперсимметрия, несмотря на отсутствие мультипликативной перенормируемости для неравновесных ФГ, сохраняется при учете радиационных поправок (РП). В настоящей работе показано, что учет РП при стохастическом квантовании неабелевой калибровочной теории нарушает группу суперсимметрии.

Уравнение Ланжевена для калибровочного поля A_μ с действием $S[A]$ стандартного вида записывается следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial\tau} A_\mu^a(x,\tau) = -\frac{\delta S[A]}{\delta A_\mu^a(x,\tau)} + \eta_\mu^a(x,\tau), \tag{1}$$

где $\eta_\mu^a(x,\tau)$ является гауссовой случайной силой. Подчеркнем, что в (1) отсутствует член, фиксирующий калибровку, пропорциональный $D_\mu V[A]$ (здесь D_μ – ковариантная производная, а $V[A]$ – произвольный, вообще говоря, нелокальный функционал поля A_μ). Добавим к уравнению Ланжевена граничные условия:

$$A_\mu^a(x,\tau) \equiv \frac{\partial}{\partial\tau} A_\mu^a(x,\tau) = 0, \quad \text{при } \tau \to -\infty.$$

Запишем производящий функционал для ФГ:

$$Z[J] = N \int [D\eta] \exp\left[-\frac{1}{4} \int_{(x,\tau)} \eta_\mu^{a2}(x,\tau) + \int_{(x,\tau)} J_\mu^a(x,\tau) A_\mu^a(x,\tau)\right]. \tag{2}$$

Очевидно, что

$$\langle A_{\mu_1}^{a_1}(x_1,\tau_1) \ldots A_{\mu_n}^{a_n}(x_n,\tau_n)\rangle_\eta = \frac{\delta^n}{\delta A_{\mu_1}^{a_1}(x_1,\tau_1) \delta A_{\mu_n}^{a_n}(x_n,\tau_n)} Z[J]\Big|_{J=0},$$

где $J = J_{\mu_1}^{a_1} = \ldots = J_{\mu_n}^{a_n}$. В (2) произведем замену переменных, диктуемую уравнением (1). Введем антикоммутирующие векторные поля $(\bar{C}_\mu^a, C_\mu^a)$, интеграл по которым дает якобиан замены переменных, и вспомогательное векторное поле B^a_μ:

$$Z[J] = \widetilde{N} \int [D\Phi] \exp -\left\{ \int_{(x,\tau)} L_{st} + \int_{(x,\tau)} J^a_\mu(x,\tau) A^a_\mu(x,\tau) \right\},$$

где $[D\Phi] = [DA]\,[DB]\,[D\overline{C}]\,[DC]$, а L_{st} – "лагранжиан":

$$L_{st} = B^{a2}_\mu - B^a_\mu \left(\dot{A}^a_\mu + \frac{\delta S}{\delta A^a_\mu} \right) + \overline{C}^a_\mu \left(\delta^{ab} \delta_{\mu\nu} \partial_\tau + \frac{\delta^2 S}{\delta A^a_\mu \delta A^b_\nu} \right) C^b_\nu. \tag{3}$$

Можно убедиться, что (3) обладает симметриями:

$$QA^a_\mu = C^a_\mu,\ QC^a_\mu = 0,\ Q\overline{C}^a_\mu = B^a_\mu,\ QB^a_\mu = 0,$$

$$\overline{Q} A^a_\mu = \overline{C}^a_\mu,\ \overline{Q} C^a_\mu = \dot{A}^a_\mu - B^a_\mu,\ \overline{Q}\,\overline{C}^a_\mu = 0,\ \overline{Q} B^a_\mu = \dot{\overline{C}}^a_\mu. \tag{4}$$

Операторы Q и $\overline{Q}$ имеют вид

$$Q = C^a_\mu \frac{\delta}{\delta A^a_\mu} + B^a_\mu \frac{\delta}{\delta \overline{C}^a_\mu};\quad \overline{Q} = \overline{C}^a_\mu \frac{\delta}{\delta A^a_\mu} + (\dot{A}^a_\mu - B^a_\mu) \frac{\delta}{\delta C^a_\mu} + \dot{\overline{C}}^a_\mu \frac{\delta}{\delta B^a_\mu}.$$

Преобразования (4) образуют супергруппу с генераторами Q, $\overline{Q}$, обладающими свойствами: $\left\{ \overline{Q}, Q \right\} = \partial/\partial\tau$, $Q^2 = \overline{Q}^2 = 0$.

Предполагая отсутствие спонтанного нарушения симметрии (4), имеем: $Q|0\rangle = \overline{Q}|0\rangle = 0$. Отсюда находим общий вид тождеств Уорда – Фрадкина – Такахаши – Славнова – Тейлора дла ФГ:

$$\langle 0|Q \left\{ T\Phi^{a_1}_{\mu_1}(x_1,\tau_1) \ldots \Phi^{a_n}_{\mu_n}(x_n,\tau_n) \right\} |0\rangle = 0,$$

$$\langle 0|\overline{Q} \left\{ T\Phi^{a_1}_{\mu_1}(x_1,\tau_1) \ldots \Phi^{a_n}_{\mu_n}(x_n,\tau_n) \right\} |0\rangle = 0,$$

где $\Phi^{a_i}_{\mu_i}$ – любое из набора полей $(A^a_\mu, B^a_\mu, \overline{C}^a_\mu, C^a_\mu)$. Для двухточечных ФГ возникают следующие тождества $(z = (x,\tau))$: из Q-симметрии

$$\langle B^a_\mu(z) B^b_\nu(z')\rangle = 0,$$
$$\langle A^a_\mu(z) B^b_\nu(z')\rangle + \langle C^a_\mu(z) \overline{C}^b_\nu(z')\rangle = 0; \tag{5}$$

из $\overline{Q}$-симметрии

$$\langle B^a_\mu(z) \dot{A}^b_\nu(z')\rangle + \langle \dot{\overline{C}}^a_\mu(z) C^b_\nu(z')\rangle = 0,$$
$$\langle A^a_\mu(z) \dot{A}^b_\nu(z')\rangle + \langle \overline{C}^a_\mu(z) C^b_\nu(z')\rangle - \langle A^a_\mu(z) B^b_\nu(z')\rangle = 0. \tag{6}$$

Отметим, что в отсутствие непотенциальной добавки стохастическое действие может быть записано в суперполевом виде /4, 5/.

Добавление в уравнение Ланжевена непотенциального члена $D_\mu V[A]$ нарушает $\overline{Q}$-симметрию уже на уровне эффективного лагранжиана, поскольку /6/:

$$\frac{\delta}{\delta A_\nu} D_\mu V[A] \neq \frac{\delta}{\delta A_\tau} D_\nu V[A] .$$

В этом случае вместо (3) имеем:

$$L_{ef} = B_\mu^{a2} - B_\mu^a(\dot{A}_\mu^a + \frac{\delta S}{\delta A_\mu^a} - D_\mu^{ab} V^b[A]) + \bar{C}_\mu^a(\delta^{ab}\delta_{\mu\nu}\partial_\tau + \frac{\delta^2 S}{\delta A_\mu^a \delta A_\nu^b} - \frac{\delta}{\delta A_\nu^b} D_\mu^{ac} V^c[A]) C_\nu^b .$$

Рассмотрим простейший локальный, лоренц-инвариантный, линейный по полю A_μ функционал $V^a[A] = a\partial_\mu A_\mu^a(x,\tau)$ и выясним, восстановится ли $\bar{Q}$-симметрия в тождествах (6) в однопетлевом приближении в пределе $a \to +0$*? Исследование этого предела позволит также ответить на вопрос: возникает ли у поляризационного оператора ФГ $\langle A_\mu^a(z) A_\nu^b(z') \rangle$ расходящаяся продольная часть?

Отметим интересный факт: добавление члена $aD_\mu^{ab}\partial_\nu A_\nu^b$ в уравнение (1) не нарушает тождеств (5), (6) для свободных ФГ. Действительно, в импульсном представлении:

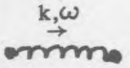
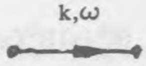
$$G_{\mu\nu}^{ab}(k,\omega) = \langle C_\mu^a \bar{C}_\nu^b \rangle_0 = \delta^{ab} \left(\frac{t_{\mu\nu}}{i\omega + k^2} + \frac{l_{\mu\nu}}{i\omega + ak^2} \right) = - \langle A_\mu^a B_\nu^b \rangle_0 , \tag{7}$$

где $t_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / k^2$, $l_{\mu\nu} = k_\mu k_\nu / k^2$

$$D_{\mu\nu}^{ab}(k,\omega) = G_{\mu\lambda}^{ac}(k,\omega)\, G_{\lambda\nu}^{cb}(k,-\omega) \equiv \langle A_\mu^a A_\nu^b \rangle_0 = \delta^{ab} \left(\frac{t_{\mu\nu}}{\omega^2 + k^4} + \frac{l_{\mu\nu}}{\omega^2 + a^2 k^4} \right) \tag{8}$$

и тождества (5) удовлетворяются тривиально. Легко проверить, что (6) удовлетворяется благодаря (5) и (7).

Покажем, что поляризационный оператор в d + 1-мерной теории приобретает продольную часть за счет РП ($a \neq 0$). В этом случае, как видно из выражения для L_{ef}, вершина взаимодействия разбивается на две части – симметричную, как в обычной теории, и несимметричную добавку, пропорциональную a (здесь и ниже индексы опускаются): $\Gamma = \Gamma_c + a\Gamma_{ac}$. Диаграммный ряд $D_{\mu\nu}^{ab}$ представлен на рис. 1. Приняты следующие обозначения:

$D_{\mu\nu}^{ab}(k,\omega) \equiv$  ; $\langle A_\mu^a B_\nu^b \rangle_0 \equiv$  $= - G_{\mu\nu}^{ab}(k,\omega)$.

Рассмотрим диаграмму рис. 1а. В выражении, ей соответствующем, можно выделить три части: часть не зависящую от a, линейно и квадратично зависящие от a части. Таким образом имеем (обозначения очевидны):

$$k_\mu k_\nu \Pi_{\mu\nu}^{ab}(k,\omega) = k_\mu k_\nu \int d^4 p \int d\omega' [K_{\mu\nu}^{ab}(p,q;\omega,\omega') + aR_{\mu\nu}^{ab}(p,q;\omega,\omega') + a^2 S_{\mu\nu}^{ab}(p,q;\omega,\omega')], \quad q = k - p.$$

---

* При $a < 0$ учет радиационных поправок нарушает также Q-симметрию.

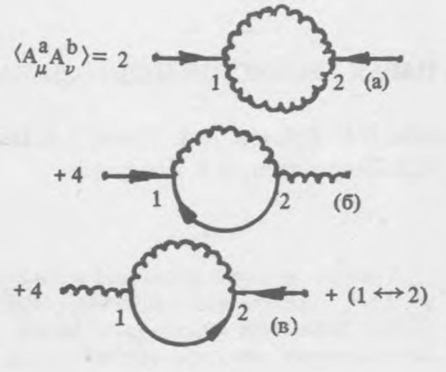


Рис. 1

Дальше будем интересоваться только интегрированием по ω', поскольку импульсное интегрирование не изменит результатов. Из представления (8) легко видеть, что из-за симметрии вершины Γ_c вклад в K от члена, пропорционального $\Gamma_c^{(1)} l(p) l(q) \Gamma_c^{(2)}$, равен нулю. Чисто поперечная часть $\Gamma_c^{(1)} t(p) t(q) \Gamma_c^{(2)}$ вклада, пропорционального $1/a$ не имеет. Поэтому рассмотрим кросс-члены: $\Gamma_c^{(1)} l(p) t(q) \Gamma_c^{(2)}$ и $\Gamma_c^{(1)} t(p) l(q) \Gamma_c^{(2)}$. Вклад от первого пропорционален $\pi(1/q^2 + 1/ap^2)$, а от второго $\pi(1/p^2 + 1/aq^2)$. Рассматривая аналогичным образом R и S, мы видим, что при $a \to 0$, расходимости вида $1/a$ будут только в K. Для совокупности диаграмм рис. 1б и в вычисления дают (для части, не зависящей от a) соответственно: $-2\pi(1/q^2 + 1/ap^2)$ и $-2\pi(1/p^2 + 1/aq^2)$. Следовательно, можно сделать вывод, что при $a \to 0$ расходимости типа $1/a$ не устраняются. Поэтому у ФГ калибровочного поля A_μ при учете РП появляется продольная расходящаяся часть /7/. Более того, отсутствие конечного предела в $d + 1$-мерной теории при $a \to 0$ выявляет нарушение $\overline{Q}$-симметрии теории. Следовательно, при учете РП супергруппа в этом пределе не восстанавливается.

Автор благодарен В.Я. Файнбергу за помощь и стимулирующий интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Parisi G., Wu Y. Sci.Sin., XXIY, № 4, 483 (1980).
2. Baulieu L., Zwanziget D. Nucl. Phys., **B 193**, 163 (1981).
3. Floratos E., Illiopoulos J. Nucl. Phys., **B 214**, 392 (1983); Семихатов А. М. Письма в ЖЭТФ, 38, 1 (1983); Hori T. Preprint TMUP–HEL–8207, Tokyo Metropolitan University, 1983.
4. Parisi G., Sourlas N. Nucl. Phys., **B 206**, 321 (1982); Feigel'man M, Tsvelik A. Phys. Lett., **95A**, 469 (1983); Егорян Э. М. Препринт ЕФИ–751(66)–84, Ереван, 1984.
5. Малиев И. Н., Спиридонов В. П., Файнберг В. Я. Препринт ФИАН № 13, М., 1986.
6. Gozzi E. Preprint CCNY–HEP–83116, City College of C.U.N.Y., New York, 1983.
7. Зубко А. В., Малиев И. Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 33 (1985).

Поступила в редакцию 18 июля 1986 г.