Краткие сообщения по физике № 2-1985 г.

КВАНТОВЫЙ РАСПАД ТОКОВЫХ СОСТОЯНИЙ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КОНТАКТАХ

А.Д. Заикин, С.В. Панюков

УДК 537.312.62

Эффективное действие для сверхпроводящих контактов с непосредственной проводимостью выражено через функцию Грина. В адиабатическом приближении вычислены эффективное действие и скорость распада метастабильных токовых состояний таких контактов, которые могут существенно отличаться от случая туннельных контактов /1-3/.

Диссипация может существенно влиять на вероятность квантового туннелирования /1/. Это обстоятельство следует учитывать при расчете времени жизни токового состояния в сверхпроводящих слабых связях. Микроскопическая теория квантового распада метастабильных состояний туннельных контактов была развита в работах /2,3/. В настоящей работе рассматриваются сверхпроводящие контакты с непосредственной проводимостью. Получено выражение для эффективного действия таких контактов и показано, что вероятность квантового распада токовых состояний в ряде случаев может существенно отличаться от случая туннельных контактов.

Рассмотрим стандартную модель SNS мостика: два массивных сверхпроводника, соединенные тонкой перемычкой из нормального металла длиной d и площадью поперечного сечения S. При $d \to 0$ приходим к модели сверхпроводящих сужений (контакты SCS). Сверхпроводники описываем обычным гамильтонианом теории БКШ – Горькова, в нормальной перемычке константу взаимодействия БКШ считаем равной нулю. Воспользуемся общей квантово-механической формулой для вероятности перехода между состояниями и перепишем ее в виде континуального интеграла по полям $\Psi(\vec{r})$, A_μ. Расцепляя член Ψ^4 с помощью обычной операции введения скалярного поля $\Delta(\vec{r}) = |\Delta(\vec{r})| \exp[i\varphi(\vec{r})]$ и проводя интегрирование по A_μ и $|\Delta|$ методом перевала, получаем, что эволюция системы описывается величиной (подробнее см. /3/)

$$J = N \int D\varphi e^{iS[\varphi]}, \quad iS[\varphi] = \ln \mathrm{Sp}\, T_{C_0} \exp\left(-i\int_{C_0} \hat{H}_{eff} dt\right),$$

где C_0 – контур, соединяющий точки $(t_i + i0, t_f + i0, t_f - i0, t_i - i0)$; T_{C_0} – оператор упорядочения на этом контуре, след берется по электронным переменным.

Будем считать, что через контакт протекает ток (I), величина которого меньше критического значения I_C. Пусть такой ситуации соответствует распределение фазы $\varphi_0(\vec{r})$.

Представим величину $\varphi(\vec{r}, t)$ в виде $\varphi(\vec{r}, t) = \varphi_0(\vec{r}) + \varphi_1(\vec{r}, t)$, где φ_1 описывает флуктуации фазы. Для вычисления $S[\varphi]$ проведем формальную замену φ_1 на $\lambda\varphi_1$ $(0 \leqslant \lambda \leqslant 1)$ и продифференцируем $S_\lambda[\varphi]$ по параметру λ. Величина $\partial S/\partial\lambda$ выражается через функции Грина системы, вычисленные при заданном λ. Интегрируя затем по λ от нуля до единицы, с квазиклассической точностью получим

$$S[\varphi] = S[\varphi_0] + \int\limits_{C_0} dt \left[\frac{C}{2e^2} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t} \right)^2 + \frac{I\varphi}{e} + \frac{\varphi(t)}{4e^2 R} \int\limits_0^1 d\lambda \int\limits_{-1}^{1} d\alpha \, \mathrm{Sp}\, \hat{\tau}_3 \hat{G}_\lambda (v_F \alpha; t, t) \right].$$

Здесь R и C – соответственно сопротивление и емкость контакта; $2(\varphi_0 + \varphi(t))$ – разность фаз параметров порядка сверхпроводящих берегов; $\hat{G}_\lambda(v_F\alpha;\ t,t)$ – проинтегрированные по энергиям функции Грина – Келдыша на контуре C_0 при данном λ.

Дальнейшие расчеты проведем для систем с малым количеством примесей. В этом предположении функции $\hat{G}$ для сверхпроводящих сужений и SNS-мостиков при наличии зависящей от времени разности фаз вычислялись в работах /4/.

Для определения скорости распада Γ метастабильного токового состояния перейдем к евклидовскому действию, аналитически продолжая функции $\hat{G}$ на мнимую ось. Соответствующее выражение, как и в случае туннельных контактов, оказывается нелокальным по времени. Приведем результаты для случая достаточно низкой температуры, когда можно пренебречь вкладом возбужденных состояний. При токах, близких к критическому, в адиабатическом приближении имеем

$$S_E = \int d\tau \left\{ \frac{C^*}{2e^2} \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} \right)^2 + V(\varphi) + \frac{1}{4\pi R e^2} \int d\tau' \left(\frac{\sigma(\tau) - \sigma(\tau')}{\tau - \tau'} \right)^2 \right\},$$

$$V(\varphi) = \begin{cases} \dfrac{\Delta_d}{6e^2 R} \left[\varphi^2 + 2\pi(\chi - \varphi)\Theta(\varphi - \chi) \right], \ \Delta_d \leqslant \Delta, \\ \dfrac{\Delta}{2e^2 R} \left(\varphi^2 \cos\varphi_0 - \dfrac{\varphi^3}{2} \sin\varphi_0 \right) \Theta(\chi - \varphi) + \left(K(\varphi_0) - \dfrac{2I\varphi}{e} \right) \Theta(\varphi - \chi), \\ \qquad \Delta_d \geqslant \Delta, \end{cases} \tag{1}$$

где $\sigma = \mathrm{arcsh}[(\varphi - \chi)/\kappa]$; C^* – перенормированная емкость; $\Delta_d = v_F/d$; $\chi = \pi/2 - \varphi_0 \ll 1$; $\kappa = \gamma/\Delta$; γ – характерная частота затухания электронных состояний сверхпроводника; $K(\varphi_0)$ определяется из условия непрерывности $V(\varphi)$ в точке χ. Выражение для S_E (1) отличается от соответствующего выражения для туннельных контактов /1-3/ видом как потенциала $V(\varphi)$, так и члена, описывающего диссипацию. Отметим, что, если для справедливости выражения для $V(\varphi)$ требуется выполнение условия малости характерных частот туннелирования $\omega_{\text{хар}}$ по сравнению с Δ_d и Δ, то выражение для диссипативного члена получено при более жестком предположении $\omega_{\text{хар}} \lesssim \gamma$.

В ряде случаев удается вычислить величину $\Gamma = A\exp(-B)$, где $B = S_E[\widetilde{\varphi}]$, а $\widetilde{\varphi}(\tau)$ – соответствующая экстремальная траектория. Рассмотрим сначала случай, когда κ достаточно мало, так что $\ln(\chi/\kappa) \gg 1$. При выполнении условия $B_0 \gg \ln^2(\chi/\kappa)/e^2R$, имеем

$$B = B_0 + \frac{\beta \ln^3(\chi/\kappa)}{\pi e^2 R}, \quad B_0 = \begin{cases} \dfrac{32 - 14\sqrt{2}}{15}\sqrt{\dfrac{C^*\Delta}{R}}\,\dfrac{\chi^{5/2}}{e^2}, & \Delta \ll \Delta_d, \\ \sqrt{\dfrac{C^*\Delta_d}{3R}}\,\dfrac{\chi^2}{e^2}, & \Delta \gg \Delta_d. \end{cases} \tag{2}$$

Численный коэффициент $\beta = 4$ при $|\ln\chi| \ll \ln(\chi/\kappa)$ и $\beta = 1$ при $\ln(\chi/\kappa) \gg \ln(\chi^2/\kappa)$. Обратим внимание на тот факт, что второй член в (2) может оказаться много больше первого. Таким образом, существует область значений параметров, в которой влияние диссипативного члена на экстремальную траекторию мало, однако скорость распада Γ (точнее величина B) определяется именно этим членом.

При достаточно больших значениях $\kappa \gg \chi$ диссипативный член в действии (1) становится квадратичным по φ. В случае достаточно широких SNS-контактов $\Delta_d \ll \Delta$ при $\kappa \gg \chi$ удается вычислить величину Γ при произвольном соотношении между эффективной массой и эффективной вязкостью. Окончательное выражение для B оказывается достаточно громоздким и здесь не приводится. Условие $\chi \ll 1$ позволяет значительно упростить это выражение. В главном приближении имеем

$$B = \frac{\pi C^* \chi^2 \sqrt{|\omega_0^2 - \omega_\gamma^2/4|}}{2e^2 r},$$

$$
r = \begin{cases} \dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \dfrac{\omega_\gamma}{\sqrt{4\omega_0^2 - \omega_\gamma^2}}, & \omega_\gamma < 2\omega_0, \\[2ex] \dfrac{1}{2} \ln \dfrac{\omega_\gamma + \sqrt{\omega_\gamma^2 - 4\omega_0^2}}{\omega_\gamma - \sqrt{\omega_\gamma^2 - 4\omega_0^2}}, & 2\omega_0 < \omega_\gamma \lesssim \dfrac{\omega_0}{\sqrt{\chi}}, \end{cases}
$$

$$
B = \pi q(1 - q/2)\chi^2 / (2e^2 R\kappa^2), \quad \omega_\gamma \gtrsim \omega_0/\sqrt{\chi},
$$

где q определяется из уравнения $q(1 - C - \ln \chi q) = 1$. Здесь и далее $C \approx \approx 0{,}577$ – постоянная Эйлера; $\omega_0^2 = \Delta_d/3RC^*$; $\omega_\gamma^{-1} = RC^*\kappa^2$.

Для определения предэкспоненциального фактора A следует учесть флуктуации вблизи экстремальной траектории. Ограничиваясь квадратичными членами разложения $\varphi(\tau)$ около $\widetilde{\varphi}(\tau)$ и вычисляя соответствующие интегралы при условии $\chi \ll 1$, получаем

$$
A = \begin{cases} \pi\chi|\omega_0^2 - \omega_\gamma^2/4|^{3/4} / (2\sqrt{2} e r^{3/2}), & \omega_\gamma \lesssim \omega_0/\sqrt{\chi}, \\[2ex] \dfrac{\Delta_d \kappa}{3e\sqrt{2R}} \dfrac{\ln(\omega_\gamma^2 q\chi/\omega_0^2) + C}{(\ln(1/q\chi) - C)^{1/2}}, & \omega_\gamma \gtrsim \omega_0/\sqrt{\chi}. \end{cases}
$$

Выражения для A существенно отличаются от соответствующих выражений для туннельных контактов /1,3/, поскольку потенциал $V(\varphi)$ (3) "неквазиклассичен" вблизи точки $\varphi = \chi$.

Авторы благодарны А.И. Ларкину, К.К. Лихареву и Ю.Н. Овчинникову за неоднократные полезные обсуждения.

Поступила в редакцию 4 ноября 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Galdeira A. O., Leggett A. J. Phys. Rev. Lett., **46**, 211 (1981); Ann. Phys. (N.Y.), **149**, 374 (1983); **153**, 445 (1984).
2. Ambegaokar V. A., Eckern U., Schön G. Phys. Rev. Lett., **48**, 1745 (1982).
3. Ларкин А. И., Овчинников Ю. Н. ЖЭТФ, **85**, 1510 (1983); **86**, 719 (1984); Phys. Rev., **B28**, 6821 (1983).
4. Зайцев А. В. ЖЭТФ, **78**, 221 (1980); Заикин А. Д. ЖЭТФ, **84**, 1560 (1983).