Краткие сообщения по физике № 3-1986 г.

УДК 533.951

К ТОКОВО–КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОГО РЭП В КОАКСИАЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Р.Р. Киквидзе

Найдены пороговый ток и инкремент нарастания токово-конвективной неустойчивости в трубчатом релятивистском электронном пучке, распространяющемся в коаксиальном волноводе. Проведено их сравнение с соответствующими величинами для диокотронной неустойчивости в пучке такой же геометрии.

Возможность развития токово-конвективной неустойчивости в частично компенсированном трубчатом релятивистском электронном пучке (РЭП), распространяющемся в круглом цилиндрическом волноводе, исследована в работе /1/. Было показано, что при $\gamma^2 f > 1/2$, где $\gamma = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор энергии электронов пучка, $f = n_i/n_b$ – степень его зарядовой компенсации, токово-конвективная неустойчивость доминирует над диокотронной. С целью подавления обеих неустойчивостей в последнее время проводятся экспериментальные исследования распространения тонких трубчатых РЭП в коаксиальных волноводах с узким зазором между поверхностями пучка и металлических стенок волновода. Ниже проведен теоретический анализ устойчивости РЭП в такой геометрии.

Следуя /1/ и дополнив сформулированную там задачу нулевым граничным условием для обобщенного потенциала поля на внутренней поверхности коаксиального волновода, получим следующее дисперсионное уравнение для определения частоты малых колебаний ω:

$$A(\omega) - (\omega_{Li}^2/\omega)\,B(\omega) = 0, \tag{1}$$

где

$$A(\omega) = \frac{\omega_1^2}{\omega_d^2} - \frac{\omega_1}{\omega_d}\left[l(1-\gamma^2 f)\left(1 - \frac{r_b^2}{R_b^2}\right) + \frac{l}{|l|}\left(1 - \frac{R_i^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right) \times \right.$$
$$\left. \times\left(\frac{R_b^{2|l|}}{R_c^{2|l|}} - \frac{R_i^{2|l|}}{r_b^{2|l|}}\right)\right] + \left(1 - \frac{R_i^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right)^{-1}\left(1 - \frac{R_i^{2|l|}}{r_b^{2|l|}}\right)\left[l(1-\gamma^2 f)\left(1 - \frac{r_b^2}{R_b^2}\right) \times \right.$$
$$\left. \times\left(1 - \frac{r_b^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right) - \left(1 - \frac{r_b^{2|l|}}{R_b^{2|l|}}\right)\left(1 - \frac{R_b^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right)\right],$$

$$B(\omega) = \left[\frac{\omega_1^2}{\omega_d^2} - \frac{\omega_1}{\omega_d}\, l\left(1 - \frac{r_b^2}{R_b^2}\right)(1-\gamma^2 f)\right]\left[1 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{R_i^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right)^{-1} \times \right.$$
$$\left. \times\left(1 - \frac{r_b^{2|l|}}{R_b^{2|l|}}\right)\left(\frac{R_b^{2|l|}}{R_c^{2|l|}} + \frac{R_i^{2|l|}}{r_b^{2|l|}}\right)\right] + \frac{|l|}{2}(1-\gamma^2 f)\left(1 - \frac{r_b^2}{R_b^2}\right) \times$$
$$\times\left(1 - \frac{r_b^{2|l|}}{R_b^{2|l|}}\right)\left(1 - \frac{R_i^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right)\left(1 - \frac{R_i^{2|l|}}{r_b^{2|l|}}\right)\left(1 - \frac{R_b^{2|l|}}{R_c^{2|l|}}\right).$$

Здесь ω_{Li} – ленгмюровская частота ионов, частично компенсирующих заряд электронов пучка; $\omega_d = \omega_b^2/2\gamma^2\Omega$; $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 n_b/m}$ – ленгмюровская частота; $\Omega = eB_0/mc$ – ларморовская частота электронов; B_0 – напряженность продольного магнитного поля, удерживающего пучок от поперечного расплывания: R_i и R_c — внутренний и внешний радиусы коаксиального волновода: r_b и R_b — то же для трубчатого РЭП; $\omega_1 = \omega - k_z u$ (k_z — продольное, l — азимутальное волновые числа возмущений).

Уравнение (1) описывает как токово-конвективную (при $f \neq 0$ и $\omega_{Li} \neq 0$), так и диокотронную (при $f = 0$ и $\omega_{Li} = 0$) неустойчивости РЭП. Прежде чем анализировать особенности развития токово-конвективной неустойчивости РЭП в коаксиальном волноводе, воспроизведем на основе уравнения (1) результаты, касающиеся возможности развития в таком волноводе диокотронной неустойчивости, так как в работе /2/, посвященной этой задаче, анализ проведен неполный.

Инкремент нарастания диокотронной неустойчивости находится из уравнения $A(\omega) = 0$ /1/, причем поскольку эта неустойчивость является сносовой, то порог ее развития определяется условием $\mathrm{Im}\,\omega = u/L$, где L — длина системы. Токово-конвективная неустойчивость является абсолютной, порог ее развития находится из условия $A(0) = 0$, а инкремент нарастания $\mathrm{Im}\,\omega = (\sqrt{3}/2)[B(0)\omega_{Li}^2/A'(0)]^{1/3}$.

В дальнейшем пучок считаем симметрично расположенным в коаксиальном волноводе, а его толщину — малой, т. е. $\Delta = R_b - r_b \ll R_b$. При большом зазоре между поверхностями пучка и стенок волновода, когда $\delta \gg \Delta$, $R_b/2|l|$, влияние стенок волновода несущественно и результаты анализа уравнения $A(\omega) = 0$ совпадают с полученными в /3/ (см. также /1/) для трубчатого РЭП со свободной поверхностью. С уменьшением зазора δ при $\Delta \ll \delta \ll R_b/2|l|$ инкремент нарастания диокотронной неустойчивости падает: неустойчивыми оказываются только моды с $y = |l|\,\Delta/R_b \ll 1$, причем инкремент $\mathrm{Im}\,\omega = \omega_d y$ не зависит от δ. Пороговый ток пучка, который находится из условия $\mathrm{Im}\,\omega = u/L$, при этом растет. В пучке со свободной поверхностью максимальным инкрементом нарастания обладает мода с $y \approx 1$, причем $\mathrm{Im}\,\omega \approx \omega_d$ /1,3/. Вместе с тем, инкремент развития диокотронной неустойчивости в коаксиальном волноводе $\mathrm{Im}\,\omega \approx \omega_d y$ намного превосходит инкремент развития этой неустойчивости в круглом волноводе ($R_i = 0$) в случае прижатого к наружной стенке волновода пучка * при $\Delta \ll \delta \ll R_b/2|l|$, когда $y \ll 1$, а $\mathrm{Im}\,\omega \approx 2\omega_d y\sqrt{\delta/R_b}(l-1)$. Отсюда видно, что в круглом волноводе могут возбуждаться моды с $l \geqslant 2$, в то время как в коаксиальном неустойчива и мода с $l = 1$. Таким образом, РЭП в коаксиальном волноводе более неустойчив, чем в круглом (при одинаковых зазорах δ).

Несколько иное положение имеет место для токово-конвективной неустойчивости, которая является доминирующей в частично компенсированных пучках, если $\gamma^2 f \geqslant 1/2$. Здесь также при больших зазорах $\delta \gg \Delta$, $R_b/2|l|$ влияние стенок волновода несущественно и результаты анализа уравнения (1) совпадают с полученными в работе /1/. При $\Delta \ll \delta \ll R_b/2|l|$ в коаксиальном волноводе могут возбуждаться лишь моды токово-конвективной неустойчивости с $y \ll 1$, причем инкремент нарастания и пороговый ток определяются выражениями:

$$\mathrm{Im}\,\omega = (\sqrt{3}/2)\,k_z u\,(\Omega_i^2 R_b/\omega_{Li}^2|l|\delta)^{1/3},$$

$$J_{th} = 4{,}3(\gamma^2 - 1)\,(R_b/|l|\delta)\,k_z\Delta(\Omega_e R_b/c)\ \text{kA}. \qquad (2)$$

Заметим, что инкремент (2) отличается от инкремента нарастания токово-конвективной неустойчивости в круглом волноводе для случая прижатого к наружной стенке РЭП множителем $2^{1/3}$, а пороговый ток (2) в два раза меньше соответствующего порогового тока.

Из формул (2) следует, что с уменьшением δ (с ростом $R_b/|l|\delta$) инкремент нарастания и пороговый ток развития токово-конвективной неустойчивости увеличиваются. Однако это имеет место пока $\delta \gg \Delta$. Если же $\delta \ll \Delta$, $R_b/2|l|$, то токово-конвективная и диокотронная неустойчивости в коаксиальном волноводе не развиваются — их пороговый ток неограниченно велик. Отметим, что в круглом волноводе даже в случае полностью прижатого к наружной стенке пучка развитие токово-конвективной неустойчивости возможно /1/, в то время как диокотронная неустойчивость, как уже отмечалось выше, развиваться не может.

Автор благодарен А.А. Рухадзе за критические замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданкевич Л. С., Киквидзе Р. Р. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 11, 52 (1985).
2. Каландия З. В. и др. ЖТФ, **53**, 1889 (1983).
3. Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Удовиченко С. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 7, 50 (1983).

Поступила в редакцию 26 декабря 1985 г.

* В условиях $\delta \ll \Delta$, $R_b/2|l|$ диокотронная неустойчивость РЭП развиваться не может как в коаксиальном, так и в круглом волноводах.