*Краткие сообщения по физике № 3-1986 г.*

УДК 530.145

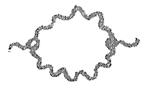
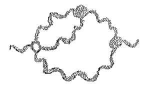
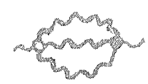
# МАГНИТНАЯ МАССА ГЛЮОНА В КХД$_4$ В ДВУХПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Э.Х. Велиев, О.К. Калашников

*Вычислена высокотемпературная асимптотика магнитной массы глюона в КХД$_4$ при $g^2_{eff} \ll 1$. Использована аксиальная калибровка $A_4 = 0$ и стандартная процедура регуляризации. Калибровочная инвариантность полученного результата подтверждается сравнением с расчетами в фейнмановской калибровке.*

Выяснение качественных особенностей глюомагнитного взаимодействия при $T \neq 0$ является важной и актуальной задачей квантовой хромодинамики (КХД). Особый интерес представляет область малых переданных импульсов, так как в противоположном пределе асимптотическая свобода КХД определяет все основные свойства эффективного взаимодействия, которое в этой области параметров является исчезающе малым. Гипотеза о конечном инфракрасном обрезании глюомагнитного взаимодействия /1/ (ненулевой магнитной массе глюона $m^2_{mag}$) является достаточно распространенной версией непертурбативного инфракрасного суммирования диаграмм теории возмущений, но подтверждена пока только на качественном уровне /2/. Здесь представлены результаты непосредственных вычислений двухпетлевой магнитной массы глюона для КХД$_4$ при $g^2_{eff} \ll 1$. Вычисления базируются на использовании стандартной теории возмущений в порядке $g^4$ при $T \neq 0$ с последующим самосогласованным решением возникшего уравнения для $m^2_{mag}$.

Поляризационный оператор глюонов в КХД$_4$ для аксиальной калибровки определяется пятью графами различной топологической структуры

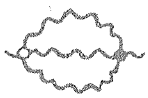
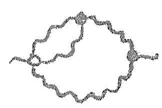
$-\Pi = \frac{1}{2}$  $+ \frac{1}{2}$  $-$  $+ \frac{1}{2}$  $+ \frac{1}{6}$  (1)

и содержит как однопетлевые, так и двухпетлевые непертурбативные диаграммы. Инфракрасный предел ряда (1) называется магнитной массой глюона

$$m^2_{mag} = \frac{1}{2} \sum_i \Pi_{ii}(p_4 = 0, |\vec{p}| \to 0), \tag{2}$$

и существующие схемы непертурбативного счета /3/ указывают на то, что $m^2_{mag} = 0$, если при вычислении (2) учтены только однопетлевые непертурбативные диаграммы.

Конечная величина магнитной массы глюона определяется в аксиальной калибровке двумя двухпетлевыми непертурбативными диаграммами ряда (1)

$-m^2_{mag} = \frac{1}{12}$  $+ \frac{1}{4}$  , (3)

которые следует вычислить в инфракрасном пределе с точными пропагаторами и вершинными функциями. Но ряд трудностей не позволяет выполнить самосогласованные вычисления (3) в явном виде, и без дополнительных предположений вычисление $m^2_{mag}$ в схеме (3) возможно только по теории возмущений. Нулевая итерация (3) имеет порядок $g^4$, и мы покажем, что логарифмические инфракрасные расходимости диаграммного ряда (3) в этом порядке теории возмущений алгебраически не сокращаются. Их суммирование позволяет получить самосогласованное уравнение для $m^2_{mag}$ и установить численный коэффициент, определяющий высокотемпературную асимптотику магнитной массы глюона в КХД$_4$ при $g^2_{eff} \ll 1$.

Вычисления нулевой итерации диаграммного ряда (3) выполнены в калибровке $A_4 = 0$, которая активно разрабатывалась многими авторами /4/. Используются стандартные выражения для свободного глюонного пропагатора и затравочных вершин и обычные правила Фейнмана для записи диаграмм теории возмущений. Окончательный результат алгебраических расчетов имеет вид:

$$m^2_{mag} = \frac{3g^4N^2}{8\beta^2} \sum_{p_4,q_4,r_4} (2\pi)^3 \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{r}}{(2\pi)^3} \delta^{(4)}(p+q+r)[\Phi(p|q,r) + \Phi(p|r,q)],$$

$$\Phi(p|q,r) = Sp(D(p)D(q)D(r)) + \frac{1}{p^4}\left(2+\frac{p^2}{p_4^2}\right)(Sp D(r) Sp[pD(q)(p-r)] + \tag{4}$$

$$+ Sp[(q-p)D(q)D(r)p]) - Sp D(p) Sp(D(q)D(r)),$$

где первые два слагаемых соответствуют вкладу первой диаграммы выражения (3), а остальные члены — вкладу второй. Регуляризация сингулярностей в (4) проведена с использованием соотношения

$$(1/\beta) \sum_{k_4} 1/(k_4^2)^{2n} \equiv 0, \tag{5}$$

с помощью которого все сингулярности выражения (4) устраняются и, после ряда алгебраических преобразований, оставшиеся интегралы вычисляются стандартными методами. Выражение (5) типично для калибровки $A_4 = 0$ и без него (или аналогичного другого предписания) вычисления в этой калибровке невозможны.

Суммирование по частотам в выражении (4) выполняется в несколько этапов. Прежде всего точно учитывается $\delta$-функция закона сохранения, а затем обе оставшиеся суммы вычисляют поочередно, заменяя каждую из них одним членом $p_4$, $q_4 = 0$. Результат такого вычисления выражения (4) не зависит от порядка суммирования и устойчив к изменению регуляризации (5). Полученное выражение для $m^2_{mag}$ записывается в симметризованном по p, q, r виде:

$$m^2_{mag} = \frac{g^2N^2}{4\beta^2} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{r}}{(2\pi)^3} (2\pi)^3\delta(\vec{p}+\vec{q}+\vec{r})[F(\vec{p},\vec{q},\vec{r}) + F(\vec{p},\vec{r},\vec{q}) + F(\vec{r},\vec{q},\vec{p})],$$

$$F(\vec{p},\vec{q},\vec{r}) = -\frac{1}{2}\frac{\vec{p}^2+\vec{q}^2}{\vec{p}^4\vec{q}^4} - [(\vec{q}\vec{r})^2 + (\vec{p}\vec{r})^2 - 2(\vec{p}+\vec{q}|\vec{r})(\vec{p}\vec{q})] \times$$

$$\times \left(\frac{1}{\vec{r}^4\vec{q}^2\vec{p}^4} + \frac{1}{\vec{r}^4\vec{p}^2\vec{q}^4}\right) + [(\vec{p}\vec{q})^2 - (\vec{p}\vec{q})(\vec{p}+\vec{q}|\vec{r})]\left(\frac{1}{\vec{r}^2\vec{p}^4\vec{q}^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\vec{r}^2\vec{p}^2\vec{q}^6} + \frac{1}{\vec{r}^2\vec{p}^6\vec{q}^2}\right) - [2(\vec{p}\vec{q})(\vec{p}\vec{r})(\vec{q}\vec{r}) - (\vec{p}\vec{r})^2\vec{q}^2 - (\vec{q}\vec{r})^2\vec{p}^2] \times$$

$$\times \left(\frac{1}{\vec{r}^4\vec{p}^4\vec{q}^4} + \frac{1}{\vec{r}^4\vec{p}^2\vec{q}^6} + \frac{1}{\vec{r}^4\vec{p}^6\vec{q}^2}\right) \tag{6}$$

и определяет в КХД$_4$ высокотемпературную асимптотику $m^2_{mag}$. В этом можно непосредственно убедиться после точного (но весьма громоздкого) вычисления сумм. Однако именно эта асимптотика $m^2_{mag}$ представляет для квантовой глюодинамики наибольший интерес ввиду ее калибровочной инвариантности.

Вычисление трехмерных интегралов (после точного учета $\delta$-функции закона сохранения) выполняется в выражении (6) с помощью стандартной размерной регуляризации. Типичный интеграл имеет хорошо известный вид:

$$\int \frac{d^D q}{[(p-q)^2]^{\alpha}(q^2)^{\beta}} = \pi^{D/2} \frac{\Gamma\left(\frac{D}{2}-\alpha\right)\Gamma\left(\frac{D}{2}-\beta\right)\Gamma\left(\alpha+\beta-\frac{D}{2}\right)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(D-\alpha-\beta)} (p^2)^{-(\alpha+\beta-D/2)} \tag{7}$$

и после ряда алгебраических преобразований (с учетом аналогичных (7) известных интегралов) окончательный результат вычисления (6) приобретает форму весьма простого уравнения

$$m^2_{mag} = (9g^4 N^2/32\beta^2)\int d^3\vec{p}/(2\pi)^3|\vec{p}|^3 + \lambda^2 g^4 T^2, \tag{8}$$

где первый член является следствием алгебраического несокращения двухпетлевых инфракрасных расходимостей в КХД, а величина $\lambda^2$ однозначно не определяется, так как зависит от ультрафиолетовой регуляризации расходящегося интеграла.

Решим уравнение (8) самосогласованным способом, учитывая, что высокотемпературная асимптотика $m^2_{mag}$ определяется первым членом, а второй член в (8) является следующей поправкой. После дополнительного ультрафиолетового обрезания интеграла при $\Lambda = \zeta T$ уравнение (8) приобретает вид:

$$m^2_{mag} = (9g^4 N^2/64\pi^2\beta^2)\int_{\mu}^{\Lambda} p^{-1} dp, \tag{9}$$

где $\mu^2 = \lambda^2 g^4 T^2$. После вычисления интеграла в (9) неоднозначности в $\Lambda$ и $\mu$ объединяются и ведущий член в высокотемпературной асимптотике $m^2_{mag}$ однозначно фиксируется

$$m^2_{mag} = (9g^4 N^2/64\pi^2) T^2 \ln(g^{-2}). \tag{10}$$

Калибровочная инвариантность полученного результата устанавливается сравнением выражения (10) с аналогичными расчетами в фейнмановской калибровке, в которой аналитическое выражение для диаграммного ряда (3) записывается намного проще

$$m^2_{mag} = \frac{3g^4 N^2}{8\beta^2} \sum_{p_4, q_4} \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{q}}{(2\pi)^3} \frac{15\vec{p}^{\,2} - 9p^2}{p^4 q^2 (p+q)^2}, \tag{11}$$

и вычисления проводят стандартными методами, избегая дополнительной регуляризации (5). Результат вычисления (11) совпадает с (10), но для окончательного доказательства следует еще установить, что дополнительные диаграммы, возникающие в фейнмановской калибровке помимо диаграммного ряда (3), не дадут вклад $m^2_{mag}$. Наши оценки этих диаграмм, проведенные в высокотемпературном пределе для фейнмановской калибровки, подтверждают правильность выражения (10), и, следовательно, его калибровочную инвариантность можно считать установленной. Полученная асимптотика (10) демонстрирует неаналитический характер по константе связи термодинамических величин в $КХД_4$ при $T \neq 0$ и имеет важное значение для предсказания параметров, определяющих фазовый портрет кварк-глюонной материи.

## ЛИТЕРАТУРА


1. Linde A. D. Phys. Lett., **96B**, 289 (1980); Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **33**, 173 (1981); Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L. G. Rev. Mod. Phys., **53**, 43 (1981).
2. Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **41**, 122 (1985); **41**, 477 (1985).
3. Furusawa T., Kikkawa K. Phys. Lett., **128B**, 218 (1983); Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **39**, 337 (1984).
4. Фрадкин Е. С. Труды ФИАН, **29**, 7 (1965); Kajantie K., Kapusta J. Phys. Lett., **110B**, 299 (1982).


Поступила в редакцию 10 января 1986 г.