УДК 539.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ РЕНТГЕНОВСКОГО ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ СРЕД

А. В. Багуля, В. М. Гришин

Предложены аналитические соотношения, удобные для моделирования спектрального и углового распределения среднего числа квантов рентгеновского переходного излучения, которое образуется при прохождении релятивистской заряженной частицы через границу двух сред.

Рентгеновское переходное излучение (РПИ) достаточно прочно вошло в практику экспериментов по физике высоких энергий для отделения электронов от адронов в области импульсов частиц $p \lesssim 100\ ГэВ/c$, а также для разделения адронов (π, K, p) при $p \gtrsim 100\ ГэВ/c$ [1]. Поэтому при разработке программных пакетов, описывающих прохождение релятивистских частиц через детекторные системы со сложной геометрий, таких как, например, пакет GEANT-4 [2], необходима разработка алгоритмов моделирования РПИ при пересечении частицей границы раздела двух произвольных сред. Наиболее важно рассмотрение одной границы, поскольку современные радиаторы РПИ представляют собой очень нерегулярные структуры (вспененные материалы, микроволокна), для которых приближение квазипериодических радиаторов становится недостаточным [3]. В настоящей работе предложены аналитические соотношения, которые удобно применять при моделировании генерации РПИ на границе двух произвольных сред.

Среднее число $\bar{N}$ квантов РПИ, испущенных в переднюю полусферу в единичный интервал энергии ω и телесного угла Ω при прохождении релятивистской заряженной частицы через границу между средами 1 и 2 ($1 \to 2$), в рентгеновской области, когда можно пренебречь эффектами преломления и отражения квантов, дается следующим соотношением [4]:

$$\frac{d^2\bar{N}}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha}{4\pi^2}\beta^2\frac{\sqrt{\epsilon_2}\sin^2\theta}{\omega}\left|\frac{1}{1-\beta\sqrt{\epsilon_1-\epsilon_2\sin^2\theta}} - \frac{1}{1-\beta\sqrt{\epsilon_2}\cos\theta}\right|^2, \quad (1)$$

где α – постоянная тонкой структуры, β – отношение скорости частицы V к скорости света c, ϵ_1, ϵ_2 – комплексные диэлектрические постоянные в средах 1 и 2 ($d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$). В рентгеновской области $\omega \gtrsim 1$ *кэВ* мнимая часть диэлектрической постоянной много меньше ее действительной части, которая в свою очередь практически не отличается от известного приближения $(1 - \omega_p^2/\omega^2)$, где ω_p – плазменная энергия вещества (рис. 1). В ультрарелятивистском случае излучение сконцентрировано в области малых углов $\theta \sim 1/\gamma \ll 1$ (γ – лоренц-фактор частицы) и соотношение (1) принимает широко известный вид [5]:

$$\frac{d^2\bar{N}}{d\omega d\xi} = \frac{\alpha}{\pi}\frac{\xi}{\omega}\left(\frac{1}{1/\gamma^2+\eta^{(1)}+\xi} - \frac{1}{1/\gamma^2+\eta^{(2)}+\xi}\right)^2, \tag{2}$$

где $\eta^{(i)} = (\omega_p^{(i)}/\omega)^2$, а $\omega_p^{(i)}$ – плазменная энергия в i-той среде ($i = 1, 2$). Кроме того, введена удобная для последующих вычислений переменная $\xi = 2(1 - \cos\theta) \sim \theta^2 \ll 1$, где угол θ отсчитывается от направления движения частицы. Тривиальное двукратное численное интегрирование (2) позволяет, в принципе, провести расчет энергии и направления испущенных квантов РПИ. Однако выражение (2) имеет резкий максимум, когда знаменатели составляют порядка $1/\gamma^2$. Корректный учет узкой области максимума заставляет уменьшать шаг интегрирования, что, в свою очередь, приводит к накоплению ошибки округления и численной нестабильности результатов. Удобнее поэтому воспользоваться аналитическими выражениями.

Сначала приведем выражение для угловой плотности $d\bar{N}/d\xi$ числа квантов РПИ. Введя вспомогательные коэффициенты $x = 1/\omega$, $c = (1/\omega_p^{(1)})^2$, $d = (1/\omega_p^{(2)})^2$, $\sigma(\gamma, \xi) = \xi + 1/\gamma^2$, $a^2 = \sigma c$, $b^2 = \sigma d$, имеем

$$\frac{d\bar{N}}{d\xi} = \int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega \frac{d^2\bar{N}}{d\omega d\xi} = \frac{\alpha}{\pi}\xi[A + B + C], \tag{3}$$

где

$$A = \frac{c^2}{2}\left\{\frac{1}{a^2(x^2+a^2)} + \frac{1}{a^4}\ln\frac{x^2}{x^2+a^2}\right\}_{x_2}^{x_1},$$

$$B = -\frac{cd}{(a^2-b^2)}\left\{\frac{1}{b^2}\ln\frac{x^2}{x^2+b^2} - \frac{1}{a^2}\ln\frac{x^2}{x^2+a^2}\right\}_{x_2}^{x_1},$$

$$C = \frac{d^2}{2}\left\{\frac{1}{b^2(x^2+b^2)} + \frac{1}{b^4}\ln\frac{x^2}{x^2+b^2}\right\}_{x_2}^{x_1}.$$

Здесь $x_1 = 1/\omega_1$, $x_2 = 1/\omega_2$. Выражение (3) уже достаточно гладкое для того, чтобы получить интегральное спектральное распределение квантов РПИ $\bar{N}(\xi)$ путем численного интегрирования: $\bar{N}(\xi) = \int\limits_{\xi}^{\xi_{max}} d\xi(d\bar{N}/d\xi)$, где $\xi_{max} \sim (100/\gamma)^2$ – верхняя граница области углов, в пределах которой испускается подавляющая часть РПИ.

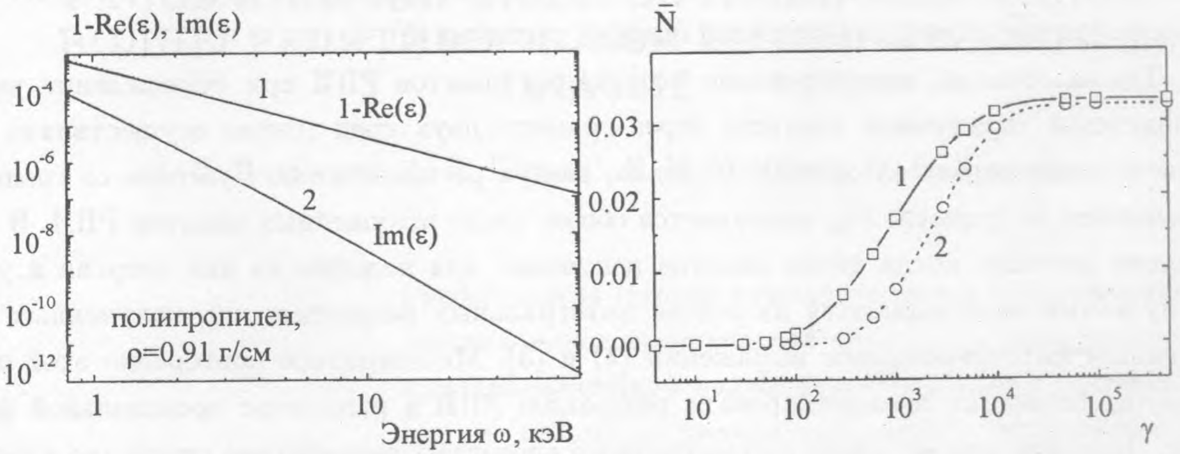

Рис. 1. *Действительная и мнимая части диэлектрической постоянной полипропилена в рентгеновской области энергий. Кривые:* 1 – $(1 - Re(\epsilon)) \simeq \omega_p^2/\omega^2$; 2 – $Im(\epsilon)$.

Рис. 2. *Зависимости среднего числа $\bar{N}$ квантов РПИ, испущенных при прохождении релятивистской заряженной частицы через границу полипропилен-воздух, от лоренц-фактора частицы γ. Кривые 1 и 2 получены соответственно с помощью формул (3) и (4).*

Спектральная плотность квантов РПИ $d\bar{N}/d\omega$ дается соотношением:

$$\frac{d\bar{N}}{d\omega} = \int\limits_0^{\xi_{max}} d\xi \frac{d^2\bar{N}}{d\omega d\xi} = \frac{\alpha}{\pi\omega}\left\{\frac{\tilde{a}+\tilde{b}}{\tilde{a}-\tilde{b}}\ln\frac{\omega+\tilde{b}}{\omega+\tilde{a}} + \frac{\tilde{a}}{\omega+\tilde{a}} + \frac{\tilde{b}}{\omega+\tilde{b}}\right\}_0^{\xi_{max}}, \tag{4}$$

где $\tilde{a} = 1/\gamma^2 + \eta^{(1)}$, $\tilde{b} = 1/\gamma^2 + \eta^{(2)}$. Отсюда, для $\omega \lesssim \omega_c^{(2)} \ll \omega_c^{(1)}$ ($\omega_c^{(i)} = \gamma\omega_p^{(i)}$, $i = 1, 2$) получаем с логарифмической точностью

$$\bar{N}(\omega) = \int\limits_0^{\omega_c^{(1)}} d\omega \frac{d\bar{N}}{d\omega} = \frac{\alpha}{\pi}\left[2\ln\frac{\omega_c^{(1)}}{\omega}\left(\ln\frac{\omega_c^{(1)}}{\omega_c^{(2)}} - 1\right) - \ln^2\frac{\omega_c^{(1)}}{\omega_c^{(2)}} + 2\ln 2 - \frac{\pi^2}{24}\right]. \tag{5}$$

Из соотношения (5) видно, что общее число квантов РПИ, испущенное при прохождении ультрарелятивистской частицы через границу двух сред, невелико и составляет несколько единиц α. Например, для $\omega = 1\,кэВ$, $\gamma = 10^4$, на границе полипропилен-воздух испускается 0,034, т.е. 5α кванта РПИ.

На рис. 2 показаны зависимости среднего числа квантов РПИ, испущенных при прохождении релятивистской заряженной частицы через границу полипропилен-воздух, от лоренц-фактора частицы. Кривые 1 и 2 рассчитаны соответственно с помощью выражений (3) и (4). Видно, что в области $\gamma > 10^4$ кривые выходят на плато $\bar{N} \sim 0,033$, что хорошо согласуется с качественной оценкой согласно (5).

Таким образом, моделирование испускания квантов РПИ при прохождении релятивистской заряженной частицы через границу двух сред можно осуществлять согласно следующему алгоритму. Сначала, следуя распределению Пуассона со средним значением по формуле (5), оценивается общее число испущенных квантов РПИ. В тех редких случаях, когда число квантов ненулевое, для каждого из них энергия и угол испускания разыгрываются на основе интегральных распределений, полученных численным интегрированием выражений (4) и (3). Многократное повторение этой процедуры позволяет промоделировать генерацию РПИ в радиаторе произвольной формы. Заметим, что на основе рассмотренного алгоритма разработано семейство классов объектно-ориентированного языка программирования C++, которое будет составлять часть пакета GEANT-4.

Авторы благодарны И. Л. Гавриленко и П. Л. Невскому за полезные обсуждения ряда вопросов, затронутых в настоящей работе.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Dolgoshein B. Nucl. Instr. Meth., **A326**, 434 (1993).

[2] Cosmo G. et al. Preprint CERN/LHCC/95-70.

[3] Avakian A. L., Garibian G. M., and Yang C. Nucl. Instr. Meth., **129**, 303 (1975).

[4] Болотовский Б. М. Труды ФИАН, **140**, 95 (1982).

[5] Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. УФН, **126**, 553 (1978).

Поступила в редакцию 1 декабря 1997 г.